Caminhos da Educação Matemática em Revista

Ano X, 2017 – Volume 01

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SERGIPANA:
pelo ecletismo de oito caminhos de pesquisa para a conformação de uma história

IFS
Grupo de Estudos Pesquisas em Educação Matemática

EDITORA IFS

AVALIAÇÃO CAPES 2017
QUALIS-ENSINO B2
QUADRIÊNIO 2013-2016

Ministério da Educação

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe

Presidente da República
Michel Temer

Ministro da Educação
Rossieli Soares da Silva

Secretária da Educação Profissional e Tecnológica
Eline Neves Braga Nascimento

Reitor IFS
Ailton Ribeiro de Oliveira

Pró-reitora de Pesquisa e Extensão
Ruth Sales Gama de Andrade

INSTITUTO FEDERAL
Sergipe

Caminhos da Educação Matemática em Revista

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SERGIPANA:

PELO ECLETISMO DE OITO CAMINHOS DE PESQUISA PARA A CONFORMAÇÃO DE UMA HISTÓRIA

PERIODICIDADE ANUAL

Ano X, 2017 – Volume 01 ISSN 1983-7399

IFS
Grupo de Estudos Pesquisas em Educação Matemática

EDITORA IFS

TIRAGEM: 250 Exemplares

ISSN 1983-7399

Caminhos da Educação Matemática em Revista é uma publicação anual do GEPEM - Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do IFS

INSTITUTO FEDERAL
Sergipe

Ficha Catalográfica

C183 Caminhos da Educação Matemática em Revista /
Instituto Federal de Sergipe. V.10, (2017). – Aracaju : IFS, 2017-.

Anual
ISSN 1983-7399

1. Matemática – Periódicos. 2. Ensino - matemática. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe.
CDU: 51(05)

Ficha catalográfica elaborada por Salim Silva Souza – CRB 5-1332

EDITORIAL 2017

Prof. Dr. Laerte Fonseca, CCLM/IFS, Editor Chefe Coord. Geral da Revista

Começo essa apresentação propondo três questões: *o caminho, um caminho* ou *caminhos*? Por que *caminhos*? Qual o sentido disso?

Em dez anos de pioneirismo, existência e perseverança a revista sergipana **Caminhos da Educação Matemática** do *Grupo de Estudos e Pesquisa de Educação Matemática do IFS* foi fecundada, embrionou-se, desenvolveu-se, enraizou-se e comemora, nesta edição, seu *primeiro aniversário decenal* marcando sua transição da infância para adolescência científica.

Diante desse feito épico, tenho a honra de convidar, inicialmente, a pesquisadora Prof.ª Drª Ivanete Batista dos Santos para compor este editorial na qualidade de primeira professora-militante da Educação Matemática de Sergipe a ingressar como doutora no Departamento de Matemática (DMA) da Universidade Federal de Sergipe (UFS) e, principalmente, como pesquisadora em História da Educação Matemática sergipana no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da mesma instituição. Por isso, nos presenteia com traços de uma história – uma espécie de túnel do tempo, de uma reflexão sobre a volição, vontade e a capacidade de fazer, de realizar, de concretizar ideias – que representa um dos marcos da pesquisa e divulgação científica da Educação Matemática sergipana distinta pelo vanguardismo da publicação científica qualificada pela CAPES há mais de cinco anos com o indexador B2.

Então, pergunto: Cara professora Drª Ivanete, quais *caminhos* você escolheria para compartilhar esse convite?

Responder a essa indagação, utilizando o título do periódico como "provocação" é a opção adotada para abordar sobre as possibilidades de contribuição do referido periódico para a formação de professores de Matemática no que diz respeito à Educação Matemática. O título anuncia uma intenção do editor/coordenador geral, Prof. Dr. Laerte Fonseca, para tratar de possibilidades para atender a um dos principais objetivos da Educação Matemática no que diz respeito a aspectos relacionados ao ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos para estudantes/professores de Matemática e curiosos que se interessam pelos aspectos dessa temática.

É a partir de um exame interno aos exemplares de Caminhos da Educação Matemática, impressa ou online, que é possível afirmar que para o referido periódico foram adotados caminhos diversificados em relação aos autores e temáticas abordadas. E que de forma geral contempla o entendimento de Catani (1996) que advoga que os periódicos podem ser considerados como

> [...] uma instância privilegiada para a apreensão dos modos de funcionamento do campo educacional enquanto fazem circular informações sobre o trabalho pedagógico e o aperfeiçoamento das práticas docentes, o ensino específico das disciplinas, a organização dos sistemas, as reivindicações da categoria do magistério e outros temas que emergem do espaço profissional (CATANI, 1996, p. 117).[1]

Um dos caminhos adotados para a organização dos números publicados foi sempre que possível privilegiar autores sergipanos, mas sem esquecer de autores que são reconhecidos como referência para o campo tanto nacionalmente, como Iran Abreu Mendes (UFPA), Sergio Lorenzato (UNICAMP), Ubiratan D'Ambrósio (USP, UNESP, UNICAMP, PUC/SP) e Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP), quanto internacionalmente como é o caso de Gérard Vergnaud (Paris), Vicenç Font (Barcelona) e Norma Rubio (Peru).

Outro caminho adotado foi valorizar temáticas que envolvem desde a formação inicial, a profissionalização docente, até temas como modelos de aprendizagem que permitem que o leitor, seja ele em processo de formação inicial ou já no exercício da docência, identifique nos artigos temáticas passíveis de serem utilizadas como fonte ou como sugestões de atividades didáticas para serem utilizadas no ambiente da sala de aula. Aqui, vale ressaltar que a pesquisa não ficou esquecida em nenhum número, sendo que alguns deles foi temática principal de prestação de área como é o caso da História da Educação Matemática em Sergipe.

Por fim, em relação à contribuição para a Educação Matemática brasileira, defendo que os artigos publicados no formato de resultados de pesquisa ou de relato de experiências podem e poderão ser utilizados como referências em qualquer estado da federação. Principalmente, para abordar conteúdos próprios de disciplinas de uma graduação que abriga um curso de Licenciatura em Matemática, a exemplo de Metodologia do Ensino de Matemática, Laboratório de Ensino de

1 CATANI, D. B. A Imprensa Pedagógica Educacional: As Revistas de Ensino e o estudo do Campo Educacional. **Educação e Filosofia**. Uberlândia, MG, v. 10, n. 20, p. 115-130, Jul.-Dez. 1996.

Matemática e para o debate sobre a prática docente sempre presente nos Estágios Supervisionados em Ensino de Matemática (SANTOS, I. B., 2017).

Nesta apresentação comemorativa, coube também participar todos os membros do Conselho Científico e Editorial da revista que buscaram responder a seguinte reflexão: *De que forma os artigos veiculados por meio da revista Caminhos da Educação Matemática contribuem ou poderão contribuir para a área de Educação Matemática brasileira, sobretudo, para as disciplinas que constituem a matriz curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática?*

Convido para o debate, outra importante pioneira pesquisadora sergipana da área de Educação Matemática, a Prof.ª Drª Denize da Silva Souza – DMA/UFS e professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/UFS, que nos dá a honra de abrir esse leque específico de depoimentos concedidos para essa comemoração:

Convém, buscar na memória o quanto sei que foi muito difícil, para o Editor Chefe desta Revista, fazer as primeiras edições impressas com seus recursos próprios, mesmo quando tinha expectativa de conseguir patrocínios. Às vezes, alguns patrocínios eram negados no instante em que a Revista estava para ser impressa. O Senhor, como Editor Chefe, sempre honrou para que os números saíssem sem que os autores tivessem custos para a respectiva publicação. Por vários anos acompanhei sua luta incansável para não desistir de cada edição, mas sem te ver esmorecer ou sucumbir nos desafios que enfrentava.

Todavia, embora o periódico já contemplasse publicações de autores renomados no campo da Educação Matemática, quando passou a ser oficializado pelo Instituto Federal de Sergipe – IFS, a revista Caminhos da Educação Matemática (CEM/IFS) ganhou força e respaldo no âmbito nacional e internacional. Temos como exemplo, Sérgio Lorenzato (pesquisador sobre formação de professores e laboratório de ensino de Matemática), Iran de Abreu Mendes (aborda suas pesquisas sobre metodologias do ensino de Matemática), Wagner Valente (historiador da Educação Matemática), Bernard Charlot (filósofo francês mentor da noção teórica Relação com o Saber, com pesquisas na área de formação docente e práticas educativas), Jeremy Kilpatrick (cujas pesquisas estão relacionadas ao currículo de Matemática, resolução de problemas de Matemática, história da pesquisa em Educação Matemática, dentre outros temas).

Importa ressaltar tais temáticas de investigação científica para destacar a diversidade de temas que são publicados pela referida revista (CEM/IFS), observando-se que cada produção tem potencial de leitura agradável e bastante significativa para aqueles que ensinam Matemática. Ou seja, são textos escritos para professores da Educação Básica, como para professores em formação.

Ademais, como sou professora de Matemática que atua por várias décadas com formação de professores, faço uso dos textos desta revista CEM/IFS para que professores em formação (inicial ou continuada) conheçam um periódico genuinamente sergipano, que abrange diferentes temáticas da Educação Matemática. O material que torna a revista em periódico anual, não somente valoriza os educadores matemáticos da terra, como também nos oportuniza estudar e analisar produções de autores reconhecidos nacionalmente e internacionalmente, com o intuito de aperfeiçoar e investigar a própria prática docente.

Tal valorização é reconhecida, ao ponto do Prof. Dr. Wagner Valente, entender que já estava no momento certo da revista CEM/IFS ter mais acessibilidade, criando o primeiro exemplar online em 2014. Sabemos que esse educador, nada mais é, do que o primeiro nome no Brasil na área da historiografia da Educação Matemática. Graças aos seus esforços, os estudos da História de Educação Matemática vêm se expandindo no Brasil, em diferentes regiões e estados brasileiros. A primeira edição online abre um novo espaço para este cenário de investigação científica.

É mister esclarecer que essa expansão remete à credibilidade e respaldo dado por uma instituição federal – o IFS, sendo reflexo de um grupo de pesquisa, cujo coordenador é professor titular da referida instituição, a qual tem como um de seus cursos a Licenciatura em Matemática. Razão esta, para o Senhor, como professor de Matemática deste curso e Editor Chefe desta revista, fazer deste periódico uma ferramenta de formação inicial e continuada para aqueles que ensinam Matemática, não se limitando ao espaço institucional sergipano, mas ampliando a divulgação de produções dos alunos e professores de outras instituições do nosso estado e de todo o Brasil. Isso porque os temas debatidos pelos autores na revista CEM/IFS dão amplitude à área da Educação Matemática, visto que os artigos publicados versam sobre formação docente, didática da Matemática, metodologias, história da Educação Matemática, dentre outros temas, como o mais recente que aborda sobre Neurociência e Educação Matemática.

Por outro lado, a primeira edição online também nos incentivou, na qualidade de membro do Conselho Científico e Editorial, a editar, junto com um colega professor da educação básica, um número com produções de alunos do curso Matemática Licenciatura (Universidade Federal de Sergipe), incluindo outros autores reconhecidos nacionalmente na Educação Matemática, como por exemplo, a Profa. Dra. Marilena Bittar (passando também a ser conselheira desta

Revista). Outros conselheiros e conselheiras também foram convidados e, a cada nova edição, há esse incentivo e mobilização da parte de cada um de nós, conselheiros, para que haja continuidade dessas produções.

Desse modo, a revista CEM/IFS tem traçado um caminho de luta e, mais precisamente, de significativa propagação das pesquisas científicas na área de Educação Matemática, como também revelando experiências exitosas, no ensino e na aprendizagem de Matemática. Isso tem favorecido sem sombras de dúvida a formação docente, o que por sua vez, contribui significativa e positivamente aos cursos de Licenciatura em Matemática.

As produções se constituem em textos que servem como leituras de apoio e fundamentação teórica nos diferentes níveis de formação docente, sejam em cursos de aperfeiçoamento com curta duração, sejam nos cursos de graduação (Matemática e Pedagogia licenciaturas), nos cursos de pós-graduação (lato sensu – especialização em Educação Matemática e stricto sensu – mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Eles dão visibilidade a qualquer leitor que está em formação docente, sobre o cenário sergipano de Educação Matemática, desvelando assim, o estado de Sergipe e, por conseguinte, o IFS por ser a instituição à qual este periódico está vinculado.

Portanto, concluo afirmando que o alcance nacional e internacional desta Revista (impressa e online) permite ao Instituto Federal de Sergipe fazer um marco na história em consolidar a área de Educação Matemática, em Sergipe e no Brasil. Ao apoiar a divulgação dos trabalhos de inúmeros pesquisadores e professores, no âmbito local, nacional e internacional, o IFS fomenta o surgimento de novas pesquisas, o que resulta consequentemente na melhoria do ensino e da aprendizagem em Matemática. Logo, entendo que se faz necessário e fundamental que esta instituição, sobretudo, por meio do curso de Licenciatura em Matemática, reconheça não somente a importância quanto à continuidade desta Revista, mas fundamentalmente, compreenda e reconheça o nível dos artigos nela publicados (SOUZA, D. S., 2017).

Um dos padrinhos deste trabalho, o Prof. Dr. Sérgio Lorenzato, pesquisador/colaborador renomado em Educação Matemática da Faculdade de Educação e do Programa de Pós-Graduação em Educação da UNICAMP, nos prestigia com seu testemunho, dizendo que:

Idealizar, planejar, lançar e manter uma revista é sinônimo de dificuldade. A história da Educação Brasileira registra que Malba Tahan, o professor idealista que mais escreveu e vendeu livros sobre Educação Matemática, lançou duas revistas (Damião e Lilavati), que feneceram após poucos números, apesar de toda projeção e fama que possuía seu autor.

A edição de uma Revista pressupõe não só encontrar colaboradores que se disponham a escrever e a cumprir o prometido. Além da quantidade de artigos, é importante que eles tenham qualidade, que atendam às normas e os prazos da Revista, para então irem à revisão de língua portuguesa, à composição gráfica e à redação editorial. Poucos são os espectadores que se apercebem, ao receber a revista pronta, que esse número publicado simboliza a crença de algum idealista dedicado que investiu seu conhecimento e tempo (e dinheiro?) por uma causa sublime: o ensino da Matemática. Porém, mais difícil que o lançamento de um número, é a manutenção da regularidade da revista e sua efetiva divulgação.

E por que se faz necessária uma Revista tal como a Caminhos da Educação Matemática?

Primeiramente, porque a Educação Matemática brasileira está ainda em sua infância e tem sob sua responsabilidade a constante procura de propostas para equacionamento do ensino-aprendizagem de um tipo de conhecimento que, apesar de ser reconhecido como importante para a vida de todos, não tem sido devidamente admirado e tem causado os maiores índices escolares de reprovação.

E quais contribuições recíprocas podem ter uma Revista e um curso de formação de professores de Matemática? Inicialmente é preciso considerar os objetivos da Instituição de Ensino Superior, os quais podem ser revelados pelos tipos de curso que ela oferece: aquele que forma o indivíduo, ou aquele que apenas confere o diploma?

Em se tratando de curso de formação de professores, ainda cabe uma questão fundamental: o curso valoriza somente o conhecimento específico da área, isto é, apenas o conteúdo, ou entende que este é necessário, mas não suficiente para formar um profissional e, por isso, também valoriza a área didático-pedagógica?

As respostas a estas questões influenciam na configuração da Revista da Instituição, mas, sempre que possível, é desejável que a Revista torne mais visível o curso, divulgando projetos, pesquisas, experimentos, perfis de disciplinas, narrativas de professores ou de alunos, sugestões de recursos didáticos, enfim, características do curso. Estas últimas linhas revelam como o curso e a Revista podem se beneficiar reciprocamente da integração deles. Também é importante dar voz aos professores das escolas, com o objetivo de diminuir a distância entre a academia, que forma o professor, e a escola que irá recebê-lo e inseri-lo como profissional em uma realidade educacional.

Mas esta também tem a missão de anunciar aos quatro ventos, em que direção apontam as novidades da Educação Matemática, brasileira ou não. Por isso são importantes as informações sobre realização de Congressos, Encontros, Ex-

posições, Mostras, Palestras, Olimpíadas, lançamentos de livros, de artigos, de vídeos etc., lembrando que a publicação em Revista garante a veracidade da informação.

Em síntese, construir e manter uma Revista é difícil, mas ela desempenha uma importante missão na Universidade, na Educação Matemática e principalmente nos cursos de formação de professores. E, para tanto, a Revista Caminhos da Educação Matemática tem contribuído significativamente (LORENZATO, S., 2017).

Também nos presenteia com suas declarações, a Prof.ª Drª Marger da Conceição Ventura Viana – professora Titular e Chefe do Departamento de Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto/UFOP, Docente do Programa de Pós-Graduação (Mestrado Profissional) em Educação Matemática/UFO:

A revista Caminhos da Educação Matemática (CEM) é um marco produzido pelo Coordenador do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática do Instituto Federal de Sergipe (IFS) nesse campo científico, muito direcionado principalmente a grupos de pesquisa já consolidados. A CEM oferece oportunidade também aos professores e pesquisadores de grupos científicos emergentes.

Embora não seja objetivo da revista buscar melhores índices na avaliação de cursos realizada pelo INEP, sua qualidade certamente contará em um dos itens a serem avaliados no Curso de Licenciatura em Matemática do IFS.

Os alunos do IFS cujos trabalhos se destacam podem submeter seus artigos à revista, numa seção apropriada, sendo, assim, incentivando à pesquisa. Ao mesmo tempo, os artigos da revista poderão servir de textos a diversas disciplinas do currículo do curso de licenciatura em Matemática, não apenas do IFS, mas de qualquer outra instituição formadora, porém com acesso mais fácil aos seus alunos.

Desta forma, a revista CEM tem contribuído para a divulgação de artigos científicos relevantes para o desenvolvimento da Educação Matemática, tanto no que diz respeito às pesquisas teóricas como aquelas mais condizentes com as práticas que muito contribuem para a formação inicial (e continuada) dos professores de Matemática.

A qualidade dos artigos publicados é atestada pela avaliação realizada pelos membros do comitê editorial, distribuídos segundo suas áreas de pesquisas. Há também artigos encomendados, isto é, de pesquisadores reconhecidos, a exemplo de Jeremy Kilpatrick. Dessa forma a revista vem ganhando prestígio tanto nacional quanto internacional, tendo sido alçada do Qualis B5 ao B2.

Com isso, o apoio que vem sendo dado pelo Instituto Federal de Sergipe à divulgação da produção científica em nível nacional e internacional em Educação Matemática certamente pode provocar um avanço na eficácia dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Sobretudo, este empreendimento coloca em evidência o valor atribuído à Educação Matemática pelo Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Sergipe (IFS) destacando sua importância no cenário Nacional (VIANA, M. C. V., 2017).

Abrilhantando esse debate, a Prof.ª Drª Verilda Speridião Kluth – professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Paulo/UNIFESP e docente do Programa de Pós-Graduação Prof-Mat/UNIFESP (Campus Diadema) – inspira-se no ideário da fenomenologia de Husserl e cuida para que a Educação Matemática brasileira tenha representatividade em todos os estados da federação. Por isso, declara:

Como o próprio nome da revista anuncia, ela objetiva divulgar caminhos que levem o leitor a compreender os propósitos da Educação Matemática em seus diversos âmbitos de atuação, de estudo e de elaboração de propostas educacionais, que vão desde as didáticas até a elucidação de seus fundamentos.

Assim, a revista tem um papel relevante na formação continuada de educadores matemáticos que estão nas escolas atuando junto aos seus alunos da educação básica e nas universidades junto a docentes responsáveis pela formação inicial de professores de matemática.

No leque de possibilidades educacionais matemáticas abertas pela revista estão inseridos temas, pesquisas e compreensões que suscitam reflexão sobre o que se ministra na aula de matemática, como se ministra e por que se ministra, podendo assim colaborar muito com a definição de disciplinas que constituem ou que poderão constituir a matriz curricular de Curso de Licenciatura em Matemática, indo inclusive para além disto, podendo também auxiliar na definição do Projeto Pedagógico do Curso (KLUTH, V. S., 2017).

Também tivemos a honra de partilhar as reflexões da Profa. Dra. Iranete Maria da Silva Lima – Professora da área de Educação Matemática do Núcleo de Formação Docente do Centro Acadêmico do Agreste/CAA da Universidade Federal de Pernambuco/UFPE, Docente pesquisadora no Mestrado em Educação Contemporânea/CAA, no Mestrado e Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica/Centro de Educação:

*Considero que a **Revista Caminhos da Educação Matemática**, ISSN 1983-7399, publicada nas versões impressa e online, é de grande relevância para a área de Ensino e, em* *particular, para o Ensino de Matemática na graduação e na pós-graduação porque reúne artigos de renomados pesquisadores e pesquisadoras do Brasil e do mundo neste domínio.*

A Revista se configura em um importante espaço de divulgação e de reflexão sobre a Educação Matemática, na medida em que publica resultados de pesquisas e de experiências de ensino vivenciadas na formação inicial e continuada de professores de Matemática. Assim, ela abrange um público diverso constituído de graduandos(as), mestrandos(as), doutorandos(as), professores(as) da educação básica e do ensino superior, além de outros profissionais da educação.

A recente reclassificação da Revista pela CAPES, de Qualis B5 para Qualis B2, reflete a sua relevância para a comunidade acadêmica na área de Ensino. Cabe ressaltar que parte deste sucesso se deve ao constante e vigoroso trabalho realizado pelo seu editor, Prof. Dr. Laerte Fonseca, e ao apoio do Instituto Federal de Sergipe (IFS).

Os aspectos aqui destacados justificam a minha colaboração como membro do Conselho Científico e Editorial e reforçam a minha expectativa de continuidade da Revista em prol da consolidação da Educação Matemática no Brasil, em diálogo com pesquisadores(as) de outros países (LIMA, I. M. S., 2017).

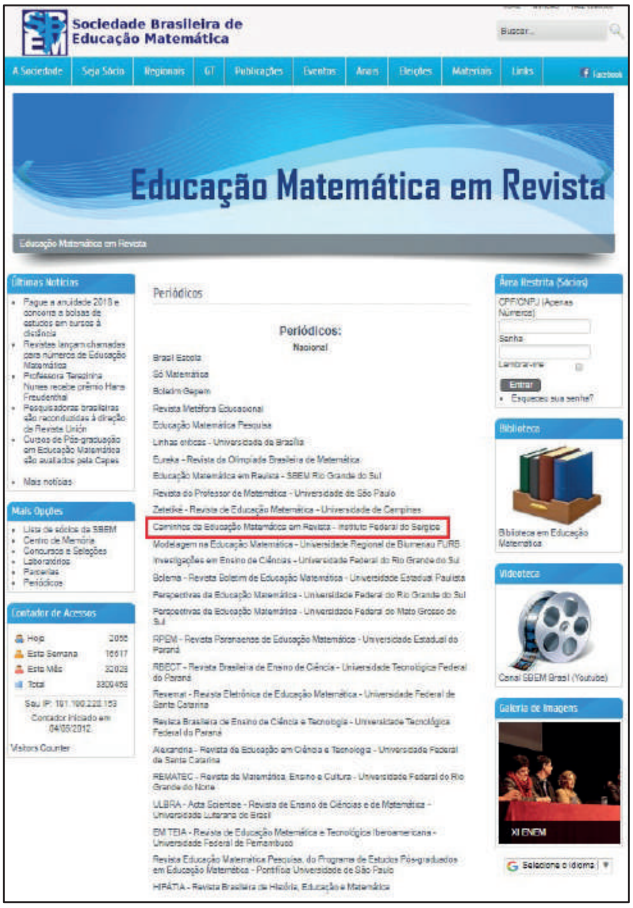
Neste momento, dar luzes às ponderações da Professora Titular do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/UFMS, a Prof.ª Drª Marilena Bittar, também Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática/UFMS, Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq/2011-2016, significa deixar registrado nessa história suas declarações sobre o que o trabalho com a revista "Caminhos" nos tem proporcionado.

Para festejar esse aniversário, gostaria de fazer algumas considerações sobre a revista sergipana do IFS:

***(1) Os periódicos científicos como marcos da Educação Matemática brasileira**: No Brasil, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) desenvolveu-se, especialmente, pelas atividades do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), constituído em outubro de 1961 por professores do Estado de São Paulo. Depois de cinco anos, abriu-se espaço na quinta edição do Congresso Nacional de Ensino no Brasil para discutir o MMM. Silenciados pela revolução de 1964, os congressos sucumbiram às mobilizações da época. Mesmo assim, formaram-se vários grupos de estudo, tais como: GEMEG, GEM, GEMPA, entre outros. No início dos anos 1970, a efervescência filosófica, política e cultural impulsionou uma nova forma de pensar o ensino da matemática, bem como quais seriam os fatores que levariam um povo a estudar matemática. Dessa forma, insurge mundialmente, outro movimento em favor de uma nova alternativa de ensinar matemática que foi denominado de Educação Matemática, onde os princípios da psicologia defendiam que para as crianças se desenvolverem fazia-se necessário permitir seu ritmo próprio para aprenderem por meio de auto respostas e, consequentemente, de suas próprias experiências. Entretanto é, apenas no final da década de 1980, que um significativo número de pessoas adeptas a (re)significar o rumo da Educação Matemática cresceu exponencialmente o que permitiu a criação oficial da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), bem como cursos acadêmicos Lato e Stricto Sensu em Educação Matemática, inaugurando uma nova área do conhecimento científico. Mas, por que essa breve digressão? É, pois, preciso deixar registrado que o impacto dessa robusta dose de vontade por um ensino de matemática democrático favoreceu, juntamente com o pagamento das anuidades dos seus associados, ao **lançamento do primeiro número** do periódico **"Educação Matemática em Revista" em 1993**, cujo artigo de capa de autoria do Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio – **"Etnomatemática: um programa"** mobiliza os leitores para práticas diferenciadas de um ensino de matemática que considere a cultura local como principal ponto de partida. No decorrer dos anos outras edições foram lançadas. Entretanto, o que me chamou atenção é o fato de que na **edição n. 12 de 2002** até a presente data, o **Professor Dr. Laerte Fonseca** ser **o primeiro e único sergipano a contribuir com essa revista** (**Qualis A2**) por meio da publicação do seu artigo intitulado **"Decodificação socializada da linguagem matemática: história de uma trajetória"** que, sem suma, partilhou com a sociedade brasileira seus esforços profissionais para implementar os princípios da Educação Matemática nas salas de aula de matemática da antiga Escola Técnica Federal de Sergipe, atual Instituto Federal de Sergipe. Isso demonstra que essa aproximação entre o professor Dr. Laerte e a Educação Matemática está amalgamada em forma de um reconhecimento público do valor que ele dispensa a essa área.*

***(2) A missão de manter acesos os princípios da Educação Matemática**: De acordo com capítulo I, art 1º do **Estatuto da SBEM** foi fundada em 27 de janeiro de 1988, sediada na Universidade de Brasília na Asa Norte (DF) e tem como um de seus fins, conforme capítulo II, o art. 4º, inciso VII, "promover e divulgar estudos e pesquisas, desenvolvimento de tecnologias alternativas, produção de conhecimentos técnicos e científicos referentes às atividades ligadas à Educação Matemática, nos termos que dispõe a Lei Federal n. 9.790, de 23 de março de 1999." (Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/a-sociedade/documentos/estatuto, acessado em 12 de junho de 2017). Dessa forma, além de criar o seu próprio periódico incentiva e acolhe outros parceiros institucionais que cumprem os objetivos acima, destacando-se **"divulgar estudos e pesquisas ligadas à Educação Matemática"**. Dentre eles,* *observa-se na figura abaixo a revista sergipana do IFS "Caminhos da Educação Matemática".*

Figura 01 – Periódicos Nacionais divulgados pela SBEM



Fonte: SBEM (2017)

Como uma instituição nacional a SBEM é a maior referência para os educadores matemáticos brasileiros e, também estrangeiros quando auxilia na compreensão da história dessa área. Os artigos arrolados nos periódicos apresentados na Figura 01 resultam de uma seleção exigente por parte de seus conselhos científicos e, por isso, sevem como fonte de pesquisa para todas as disciplinas de qualquer curso de Licenciatura em Matemática, sobretudo, o do IFS que abriga esse periódico indexado em ***importantes bases, como: ERIC, DOAJ, Latindex e SciELO****, por exemplo. Nesse sentido, dever ser, portanto, sinônimo de orgulho para o IFS ter como representação científica e reconhecida no cenário nacional o periódico "Caminhos."*

(3) A revista "Caminhos": uma porta aberta para os professores e alunos do IFS*. Aos seus 10 anos de existência a revista "Caminhos", como uma das afilhadas da Educação Matemática em Revista, em seus 25 anos de vida, representa uma excelente oportunidade para professores e alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do IFS submeterem seus trabalhos a fim de contribuírem, tanto para o cenário local, como também nacional, dada a ampla circulação que a revista "Caminhos" tem no território brasileiro e no exterior. Para além de incentivarem seus alunos a publicarem nessa revista, os professores da instituição dispõem de um recurso nacionalmente qualificado e, por isso, podem se sentir honrados com o prestígio alcançado a partir do incansável esforço do editor chefe, Prof. Dr. Laerte Fonseca.*

Desde modo, fica clara a recomendação para a continuação desse periódico, de deixo aqui votos de parabéns pelos esforços do editor chefe que criou em 2008 essa marca na História da Educação Matemática sergipana e que tem um considerado potencial para contribuir com a formação inicial dos professores de matemática do IFS (BITTAR, M., 2017).

Na sequência, tivemos o imenso prazer de receber o depoimento do ilustre Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente – Livre Docente no Departamento de Educação da Universidade Federal de São Paulo/UNIFESP, Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde/UNIFESP, Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq/Nível 1C – que tem respeitado, contribuído e incentivado a manutenção desse periódico:

Sinto-me à vontade para dizer que é um ***prazer e uma honra*** *participar do Conselho Científico do periódico sergipano "Caminhos da Educação Matemática em Revista do IFS"*, único existente e qualificado pela CAPES com B2 no Estado de Sergipe.

Este trabalho desenvolvido pelo Dr. Laerte é um marco na História da Educação Matemática sergipana e, dessa forma, ajuda a contribuir para fortalecer os princípios da Educação Matemática brasileira.

Desde que o conheci, percebi que uma de suas maiores características é o apreço por essa área do conhecimento, bem como por manter vívida a revista que, no início, foi sustentada pelos seus próprios recursos pessoais.

Como um exemplo de veículo científico, tem reunido importantes lentes do cenário local, nacional e internacional, a exemplo de Bernard Charlot (FRANÇA), Ubiratan D'Ambrosio (BRASIL), Gerard Vergnaud (FRANÇA), Vicenç Font e Norma Rubio (ESPANHA/PERÚ), Ridha Ennafaa (FRANÇA/TUNÍSIA), Geremy Kilpatric (EUA). No futuro, esses pesquisadores poderão justificar as influências para o desenvolvimento da educação do próximo século.

No formato online estudantes e pesquisadores do mundo inteiro poderão conhecer as contribuições que o IFS, através do seu valioso trabalho, desenvolve em prol da melhoria do ensino de matemática por meio das publicações científicas.

É, pois, para alunos e professores do Curso de Licenciatura *do IFS uma excelente oportunidade para valorizarem a "prata da casa" e se disporem para que esse trabalho continue ininterruptamente.*

Deve-se aproveitar essa sua disposição, vontade e suas atitudes de vanguarda quando, em 2012, publicou na edição n. 12 da "Educação Matemática em Revista" – periódico da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Qualis A2) o primeiro sergipano para contribuir com o movimento nacional.

Sou testemunho do esforço e garra do Dr. Laerte Fonseca para divulgar ambos os periódicos sergipanos em tela, seja através do envio dos volumes impressos para outros estados brasileiros e, também, para o exterior, seja no site da SBEM, seja nos congressos nacionais de Educação Matemática. Para mim, isso é uma grandiosa contribuição para o IFS, pois você, Laerte, mantém acesa a chama e símbolo de luta da nossa área.

Sobretudo, não caberia existir qualquer outra forma de percepção que tente desvalorizar o trabalho que o Sr. Editor desenvolve no IFS oportunizando condições de alta qualidade científica, com acesso facilitado, aos alunos e professores do Curso de Licenciatura em Matemática (VALENTE, W. R., 2017).

Na qualidade de colaboradora incondicional e grande apoiadora da revista, é com imensa alegria que a Prof.ª Drª Karly Barbosa Alvarenga – professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Goiás/UFG e pesquisadora no Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática/UFG – nos prestigiou com seu testemunho:

A revista propaga não somente pesquisas recentes na área de Educação Matemática, mas também experiências exitosas, no ensino e na aprendizagem de matemática. Ela tem alcance nacional e internacional e, assim, já marcou um caminho, sem volta. A necessidade é de avançar destacando cada vez mais o estado de Sergipe e o IFS no cenário de consolidação da formação do professor de matemática.

Os professores e estudantes das disciplinas como as Didáticas, História da Matemática, Laboratório de Ensino de Matemática, Introdução à Pesquisa em Educação Matemática, Formação de professores, dentre outras, em geral, utilizam textos de vários periódicos em, inclusive, os da revista Caminhos da Educação Matemática.

O Instituto Federal de Sergipe fez um marco na história de consolidação da área de Educação Matemática ao apoiar a divulgação dos trabalhos de inúmeros pesquisadores, e professores, nacionais e internacionais, proporcionando assim a melhoria do ensino e da aprendizagem dessa ciência, fincando estacas brasileiras em terrenos, até então demarcados por grupos acadêmicos antigos e fechados (ALVARENGA, K. B., 2017).

Para finalizar essa rodada de tributo à **revista "Caminhos", a simplicidade e sabedoria do Prof. Dr. Luiz Gonzaga Xavier de Barros – Professor aposentado do Instituto de Matemática da Universidade de São Paulo/USP, Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo/UNIAN – são sinônimos da cumplicidade que ele sempre dispensou à nossa revista, declarando que:**

Inicio essa reflexão fazendo uma breve alusão a um histórico que muito me honra. Na qualidade de orientador do ex-aluno do Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN), Laerte revelou-se uma pessoa e um estudante muito dedicado, responsável, ousado, autônomo e muito comprometido com a pesquisa em Educação Matemática.

Tal comprometimento me convenceu a apoiá-lo na participação também no Programa de Pós-Doutorado em Educação Matemática da UNIAN, tendo sido contemplado com uma vaga a partir de março de 2015, o que lhe proporcionou merecida continuidade em sua pesquisa.

*Abrigada sob esse gabarito, a revista Caminhos da Educação Matemática, criada e coordenada pelo Laerte, tem desempenhado um papel muito importante na propagação das ideias dessa grande área do conhecimento, **não só no Brasil como internacionalmente**. Isso tem feito com que as atividades do IFS no campo da Educação Matemática estejam sendo consideradas de alto nível e projetando o nome da instituição no mundo acadêmico.*

*Embora às vezes possa haver uma aspiração de que essas atividades tragam resultados imediatos aos cursos de graduação, tem-se que entender que o trabalho desenvolvido tem que ser avaliado no longo prazo. **O prestígio decorrente desse trabalho sério de divulgação da Educação Matemática** se estenderá, por certo, às atividades de graduação e pós-graduação do IFS, estabelecendo uma espiral virtuosa de construção do conhecimento nos seus diversos cursos, entre os quais, aqueles referentes à Licenciatura em Matemática.*

Sinto-me muito honrado por fazer parte do Conselho Científico e Editorial dessa revista (BARROS, L. G. X., 2017).

Por tudo que acabamos de apreciar, agradeço a todos os conselheiros e, também, a Prof.ª Drª Ivanete Batista, pelas palavras escolhidas que buscaram traduzir a mais límpida e cristalina respeitosa forma de reconhecimento e valor deste trabalho ao longo de dez anos.

Dessa forma e, em meio a todas as manifestações, depoimentos e declarações concedidas a essa comemoração da revista "Caminhos", os leitores e leitoras desta edição encontrarão um conjunto de trabalhos de significativo impacto científico em que a diversidade de ideias e áreas da Educação Matemática amplia temas como: "ensino de matemática no século XXI fundamentado na neurociência cognitiva", o "saber profissional dos professores que ensinam matemática", a "construção do conhecimento matemático apoiada no princípio da complementaridade", "avaliação oficial de livros didáticos", "formação continuada de professores de matemática", "reflexões sobre o que ensinamos e o que aprendemos em matemática", o "PIBID como objeto de pesquisa", o "laboratório de educação matemática na formação inicial".

Ou seja, temos um cardápio especial que pretende estimular a curiosidade de estudantes, professores e pesquisadores da área de Matemática e Educação Matemática, considerando-as parcelas importantes em uma *"prova dos nove"*.

Boa leitura a todos!

Prof. Laerte Fonseca, PhD – editor

Professor Titular de Educação Matemática do Instituto Federal de Sergipe (IFS/Campus Aracaju)

Professor/Pesquisador Permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS/Campus São Cristóvão)

SUMÁRIO

Uma ecologia dos mecanismos atencionais fundados na neurociência cognitiva para o ensino de matemática no século XXI

Laerte Fonseca[1], Suzi Samá[2], Kleyfton Soares[3] e Luciano Pontes[4]

Submetido em 20/02/2017; Aceito em 20/03/2017

RESUMO: As atividades de sala de aula requisitam um elevado estado de alerta do sujeito que aprende. Esse alerta desencadeia processos atencionais responsáveis pela ação focalizadora de forma seletiva e concentrada, sendo esse conhecimento de grande importância para o contexto educacional vigente. O objetivo deste trabalho foi justificar a necessidade de se compreender alguns mecanismos neurocognitivos da atenção para substanciar práticas pedagógicas de matemática. Ao avaliar as condições e restrições (ecologia) de domínios matemáticos e ao permitir a incorporação de estímulos que privilegiam a forma como o indivíduo presta atenção, o educador pode estar a um passo para a promoção de um ensino significativo.

PALAVRAS-CHAVE: Ecologia, Mecanismos Atencionais, Neurociência Cognitiva, Ensino de Matemática.

An ecology of the atentional mechanisms founded in the cognitive neuroscience for mathematics teaching in the 21st century

ABSTRACT: Classroom activities require a high alertness. This alert triggers attentive processes responsible for the focusing action selectively and concentrated, being this knowledge of great importance for the current educational context. The purpose of this study was to justify the need to understand some neurocognitive mechanisms of attention to substantiate pedagogical practices of mathematics. By evaluating the conditions and constraints (ecology) of mathematical domains and by allowing the incorporation of stimuli that privilege the way the individual pays attention, the educator may be one step closer to promoting meaningful teaching.

KEYWORDS: Ecology, Attentional Mechanisms, Cognitive Neuroscience, Teaching Mathematics.

1 Pós-Doutorado e Doutorado em Educação Matemática (UNIAN-SP/BR e UCB Lyon I/FR); Professor Titular de Educação Matemática do Instituto Federal de Sergipe (IFS/Campus Aracaju); Professor Homenageado: **Título de Honra ao Mérito pelas valiosas contribuições prestadas ao IFS** (REITORIA/IFS); Professor Permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPGECIMA/UFS);Coordenador do GEPEM – Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática (IFS); Coordenador do neuroMATH – Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática (IFS). E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br

2 Pós-Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática da UFS, sob a supervisão do Prof. Dr. Laerte Fonseca, Doutora em Educação em Ciências; Professora do Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF/FURG); Professora Permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências (FURG); Membro do Grupo de Pesquisa em Educação Estatística (FURG) e do Grupo de Pesquisa em Educação a Distância e Tecnologia (FURG). E-mail: suzisama@furg.br

3 Doutorando em Ensino de Ciências pela USP; Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela UFS, sob a orientação do Prof. Dr. Laerte Fonseca; Especialista em Neurociência e Educação; Licenciado em Química pelo Instituto Federal de Alagoas. E-mail: kley.soares@gmail.com

4 Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UFS (PPGECIMA/UFS), sob a orientação do Prof. Dr. Laerte Fonseca; Especialista em: Neurociência e Educação, Clínica Neuropsicopedagógica e Ensino pela Pesquisa e Aprendizagem por Projetos pela Uníntese-RS; Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL); Participante do neuroMATH – Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática, do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (IFS/CNPq) e do Grupo de Estudos e Pesquisa Marxismo, Educação e Ontologia (UFAL/ CNPq). E-mail: pontesmatematicaufal@hotmail.com

INTRODUÇÃO

Compreender a natureza, constituição e os mecanismos envolvidos nos processos cognitivos instigou cientistas (LENT, 2002; GAZZANIGA, 2006; KANDEL, 2014) de várias partes do mundo a buscar explicações para as causas de determinados comportamentos humanos. Em especial, no âmbito educacional, a diversidade de comportamentos presentes na sala de aula da Educação Básica, torna essencial, para o professor de matemática, por exemplo, delinear estratégias didáticas que justificam a escolha do encaminhamento metodológico e dos recursos pedagógicos adotados em suas práticas de forma a contemplar a diversidade de aprendizagem dos alunos.

Com vistas à compreensão de mecanismos neurobiológicos ou cerebrais do processamento da informação, pesquisadores têm conseguido – a partir de investigações não invasivas do cérebro humano – mapear regiões corticais ativadas durante o desenvolvimento das mais variadas atividades cognitivas (KANDEL, 2014).

Para Fonseca (2011, 2012, 2013a, 2013b, 2015), no âmbito da Educação Matemática, por exemplo, a neurociência cognitiva como campo de vanguarda científica não deve ficar à margem do debate sobre os cuidados atrelados ao processo da aprendizagem matemática, dada as suas contribuições na ampliação dos conhecimentos relativos ao desenvolvimento de habilidades visuoespaciais. Habilidades essas muito requisitadas para o sucesso escolar em matemática, principalmente, por sua natureza abstrata e que requisita *atenção* seletiva e foco durante as aulas ou na realização de tarefas.

Para poder se estabelecer como um novo ramo do conhecimento científico, a neurociência cognitiva precisou considerar os resultados de pesquisa da psicologia cognitiva e atrelou-se à área da educação quando justificou, em nível da neuroanatomofisiologia do cérebro, os porquês de algumas atitudes dos aprendizes durante o processo de aquisição de novos conhecimentos.

Com efeito, a integração das áreas da psicologia, educação e neurociência cognitiva parece ser uma estratégia eficiente para explicar a aprendizagem de conceitos matemáticos a partir de confecção e manipulação de materiais, bem como a transição entre o "concreto" para o "abstrato" por meio dos diversos tipos de representações algébricas ou geométricas. Além disso, tal integração oportuniza a elaboração de práticas pedagógicas visando à habilitação de capacidades visuoespaciais, o que inclui, fundamentalmente, a *função cognitiva atenção*, bem como a percepção e a memória de trabalho.

O entendimento das diversas noções matemáticas, a exemplo do "*sen β*", requer que esteja disponível nos sistemas cognitivos do estudante a ideia de proporcionalidade e de variabilidade, uma vez que para dirigir a *atenção* precisa dispor em seu repertório mnemônico os *sentidos* que os construtos matemáticos citados possam dispensar para mobilizar o interesse por uma nova forma de representação numérica: a forma trigonométrica.

Analisando desse ponto de vista, existe um princípio neuroeducativo desenvolvido pelos pesquisadores da Universidade de Melbourne/Austrália– Predição espacial guia a *atenção* (SLRC, PEN n. 3) – que pode auxiliar na forma como os materiais instrucionais são apresentados aos estudantes, podendo ser aplicado visando, por exemplo, o ensino de modelos trigonométricos.

Lingberg (2012) salienta que "selecionar e focar" em algo são capacidades cognitivas que necessitam de treinamento (habilitação e manutenção), pois dispor da habilidade atencional – responsável pela articulação entre os estímulos do ambiente externo e o processamento da informação – equivale a melhorar a capacidade de aprender visando uma performance de alto nível intelectual.

Nesse sentido, o presente trabalho traz questões teóricas que envolvem a necessidade de focalização da *atenção* em alvos relevantes para um primeiro contato com os conteúdos matemáticos da Educação Básica. Com o passar do tempo, notadamente, modelos educacionais se transformam e são fundamentados conforme o desenvolvimento das ciências. Portanto, uma breve abordagem histórica acerca do ensino de matemática é introduzida com o objetivo de informar algumas mudanças significativas nos últimos anos.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA MARCADO PELA SUA HISTÓRIA NA PASSAGEM PARA O SÉCULO XXI

No início do século XX, "acreditava-se que, pela educação, se formariam o caráter moral e a competência profissional dos cidadãos, e que isto determinaria o futuro da Nação" (SCHWARTZMAN *et al*., 2000, p. 19). Surge, assim, a necessidade de se repensar os métodos de ensino tradicionais vigentes que, em geral, eram processos mecânicos, estranhos ao viver e, muitas vezes, indesejáveis para a ontogenia dos sujeitos cognitivos (SAMÁ, 2012).

No campo da matemática, a Reforma Francisco Campos proposta na década de 30 e, mais tarde, a reforma conhecida como Matemática Moderna, nas décadas de 60 e 70, modificaram de tal forma o ensino de matemática que ainda hoje sentimos os efeitos dessas mudanças.

A Reforma proposta por Francisco Campos tinha como objetivo principal a reestruturação do curso secundário, de forma que este possuísse uma finalidade própria ao invés de ser apenas um curso preparatório para o ingresso no ensino superior. Quanto aos programas de matemática e suas instruções pedagógicas Francisco Campos usou como base as inovações que vinham sendo implementadas no Colégio Pedro II pelo Professor Euclides Roxo, partidário da Escola Nova, "ardoroso defensor de uma reforma do ensino da matemática que tornasse essa ciência mais interessante e útil para os estudantes, colocando-os no centro do processo ensino-aprendizagem" (ROCHA, 2005, p. 227).

Entre as medidas adotadas na área da matemática destaca-se a fusão da aritmética, álgebra, geometria (incluindo a trigonometria) interligando-as em uma única disciplina. Nesta disciplina, denominada Matemática, "o ensino de um assunto deveria ser iniciado a partir do intuitivo e do concreto para, aos poucos, atingir-se sua exposição mais abstrata e formal" (ROCHA, 2005, p. 212). Isso justificava o fato de que alguns conceitos matemáticos apareceriam em várias séries ao longo do curso, "respeitando o grau de desenvolvimento mental do aluno e as suas aptidões" (ROCHA, 2005, p. 213).

A forma autoritária com que a reforma foi instituída, sem discussões prévias, gerou resistência de muitos professores em relação às mudanças propostas para o ensino da matemática. Como exemplo das críticas a esta reforma destacam-se a conservação da divisão da matemática em seus ramos básicos: aritmética, álgebra e geometria; defesa a matemática clássica, colocando em segundo plano o seu caráter mais prático; e a critica ao caráter enciclopédico do currículo da matemática, o qual impedia a priorização do ensino das humanidades, em especial, o latim.

Apesar das oposições a Reforma Francisco Campos, algumas das mudanças propostas, ainda estão presentes nos dias de hoje, como por exemplo, a presença da matemática em todos os anos do currículo da Educação Básica e o estudo dos diversos ramos da matemática elementar (aritmética, álgebra, geometria e trigonometria) em uma única disciplina.

Outra importante reforma do ensino de matemática, o Movimento da Matemática Moderna (MMM), ocorreu na segunda metade do século XX no Brasil. Esta tornou-se a mais conhecida em todo território nacional provavelmente pelo fato de ter sido implantada também em vários países do mundo, como Estados Unidos, França, Japão, URSS, Inglaterra, Argentina, Portugal, entre outros (SOARES, DASSIE & ROCHA, 2004). Este movimento não preconizava o descarte da matemática tradicionalmente ensinada nas escolas, mas sim, tinha como meta unificar e democratizar o ensino da matemática, tornando-o mais acessível, bem como acrescentando novos conceitos matemáticos (SOARES, DASSIE & ROCHA, 2004). Ainda segundo os autores:

> Ao aproximar a Matemática Escolar da Matemática Pura, centrando o ensino nas estruturas e usando a linguagem dos conjuntos como elemento de unificação, a reforma deixou de considerar que aquilo que se propunha estava fora do alcance dos alunos e dos professores. Estes, obrigados a ensinar uma matemática por cujos métodos não foram preparados, ministravam um ensino deficiente e só agravaram os problemas. O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas à própria matemática, mais voltadas à teoria do que à prática. A linguagem dos conjuntos foi ensinada com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de grande quantidade de terminologia comprometia o ensino do cálculo, da geometria e das medidas (SOARES, DASSIE & ROCHA, 2004, p. 12).

O distanciamento entre a matemática ensinada nas escolas e as questões práticas vivenciadas pelos estudantes foi um dos aspectos que levou ao fracasso deste movimento. No entanto, nenhum outro mobilizou tanto os professores, os quais na busca de superar as dificuldades enfrentadas no ensino dos conceitos matemáticos, passaram a refletir mais sobre sua prática docente e os verdadeiros propósitos do ensino de matemática (SOARES, DASSIE & ROCHA, 2004).

As dificuldades enfrentadas pelos professores impulsionaram a criação dos primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática, o que representou uma grande oportunidade de atualização e capacitação dos professores. Surge assim, uma nova geração de educadores matemáticos preocupados com o desenvolvimento de novas tendências no ensino da Matemática, tais como a Modelagem Matemática, a Etnomatemática e a Resolução de Problemas.

O QUE DIFERE O SÉCULO XXI DO ANTERIOR?

D'Ambrósio (1993) considera fundamental que os professores compreendam a Matemática como uma disciplina de investigação e resolução de problemas. Com isto, torna-se necessário mudar o ambiente educacional e a prática docente de forma que os estudantes sejam encorajados a procurar soluções para problemas matemáticos de seu cotidiano, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar seu raciocínio e validar suas próprias conclusões.

Para Levy (1996), a motivação principal para a mudança da prática docente se embasa no fato de que os alunos das novas gerações, que já nasceram em um mundo imerso na tecnologia digital, pensam, aprendem e se relacionam de forma diferente de seus professores. Muitas das dificuldades dos estudantes em compreender problemas matemáticos têm sido sanadas com o auxílio de recursos tecnológicos digitais, como simuladores, imagens tridimensionais, planilhas eletrônicas, entre outros. No entanto, para os professores estes recursos digitais ainda são um obstáculo a ser transposto, como um conjunto de novas habilidades a serem construídas (GIRAFFA, 2010).

Inegável que a sociedade atual é intimamente influenciada pelos meios de comunicação e pelas tecnologias digitais, as quais possibilitam a configuração de novos ambientes educacionais que atendam às exigências do mundo atual. No entanto, é importante destacar que por si só as tecnologias digitais não remetem a tão almejada aprendizagem. A integração de materiais digitais na prática pedagógica possibilita que fatos e eventos sejam aprendidos e recordados mediados por estímulos emocionais competentes, destacando-se aí o papel fundamental da emoção e da multisensorialidade.

Para Maturana e Varela (2005), o conhecimento é um fenômeno biológico, pois depende das estruturas internas dos seres humanos e da forma como estes reagem a estímulos externos. O sistema nervoso dos seres vivos processa informações provenientes do mundo exterior e, além disso, cria um mundo idiossincrático no processo da cognição. De acordo com as ciências cognitivas, o sistema nervoso humano interage com o meio ambiente modulando continuamente sua estrutura. Além disso, segundo Capra (2006), descobertas da neurociência demonstram que a inteligência, a memória e as decisões humanas nunca são completamente racionais, estas se manifestam por emoções a partir das experiências vividas, as quais são diferentes a cada nova geração.

Para Veen e Vrakking (2009), os jovens das novas gerações se diferenciam das anteriores pela necessidade – gerada por uma imposição do mundo moderno – de estarem em contato com várias tarefas ao mesmo tempo, o que não significa eficácia. Nesse sentido, há um esforço para aumentar ou diminuir os níveis de *atenção* conforme a fonte de informação, o que torna a discussão sobre a *atenção* indispensável para alcançar os objetivos de ensino e aprendizagem previstos pela Educação Básica.

A ATENÇÃO DOS ALUNOS COMO UM REQUISITO INDISPENSÁVEL PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA DO SÉCULO XXI

É fato que o processo de aprendizagem sobre diferentes naturezas, sejam elas, ecológicas, funcionais ou escolarizadas, recruta uma sinfonia orquestrada de capacidades cognitivas, já que, segundo TOMAZ *et al*. (2016, p. 35), a cognição é fruto da relação cérebro-comportamento.

Se comparada ao binômio acima, a cognição de um indivíduo, imperceptível a terceiros, mas vulnerável e produto de possíveis influências ambientais (internas e externas) representa a nobreza da atividade mental humana por reunir duas importantes propriedades: interpretação interna de eventos externos e a transformação de informações armazenadas.

Nesse âmbito, Lezak (1976) considera a cognição como graus de manipulação de informações emocionalmente importantes sobre a dialética entre os comportamentos encobertos e manifestos. Com vista a analisar essa dialética, a pesquisadora separa em quatro classes as funções da cognição: as funções receptivas, as funções de armazenamento e evocação, as funções de organização e reorganização mental das informações e as funções expressivas.

De forma resumida,

> As **funções receptivas** envolvem habilidades de selecionar, adquirir, classificar e integrar informações por meio da percepção e da memória; isto é, impressões sensoriais são integradas em informações psicologicamente significativas. Os processos de memória e aprendizagem referem-se ao **armazenamento** e à **evocação da informação**. O raciocínio concerne à **organização mental** e à **reorganização da informação**. Por fim, as **funções expressivas** como a fala, o desenho ou a escrita, a manipulação, os gestos, as expressões faciais ou movimentos, fazem referência à forma como a informação é comunicada ou atuada, podendo ser inferida por meio delas a atividade mental. (TOMAZ *et al*., 2016, p. 37, grifos dos autores)

Contudo, o que interessa como delineador desta seção refere-se a uma das subclasses das funções receptivas: as habilidades de selecionar. Assim, entenda-se que como parte de uma engrenagem essa subfunção da cognição tanto afeta os citados comportamentos quanto, reciprocamente, é afetada por eles. Necessariamente, estamos priorizando energias para refletir sobre a *atenção* que, segundo D'Mello e Steckler (1996), justifica-se pelo fato de corresponder ao segundo fator mais importante e responsável pela eficiência da aprendizagem de um organismo, sendo o primeiro, a motivação.

Com efeito, a noção de *atenção* é sensível por todos que estão envolvidos em episódios privativos ou coletivos, informais ou formais, sobretudo, quando se prioriza o processo de educação escolarizada. Em particular, a "falta de *atenção*" é uma queixa recorrente, principalmente, dos professores de matemática quando se questionam: *'por que os alunos não prestam atenção nas aulas? Que "mistério" é esse?'*

Para além desse debate, a *atenção* como uma função cognitiva tem sumária importância para justificar a continuidade da espécie humana, por exemplo. Tal fato pode ter instigado vários neurocientistas a investigarem profundamente sobre os mecanismos[5] e estruturas neuronais participantes da *atenção*. Segundo Nahas e Xavier (2005, p. 50), a noção de que *atenção* pode ser considerada um fenômeno amplificador entrou no debate teórico principalmente no final dos anos 70, quando o interesse da comunidade científica mudou da *atenção* auditiva para a *atenção* visual e o paradigma da orientação encoberta substituiu a tarefa da escuta dicótica como paradigma experimental principal.

Nesse sentido, poderíamos dizer aos leitores (possíveis estudantes e professores de matemática) que buscar desvelar o *"não visível aos olhos"* e, também, aos *"escapamentos ou distorções da nossa própria percepção (muitas vezes fundada em crenças e mitos)"*, poderá auxiliar a desvendar o que, vulgarmente, muitos ainda denominam de *mistérios* para esquivarem-se de explicar o comportamento manifesto dos alunos "desatentos", sem considerá-lo, tão somente, como uma resposta do funcionamento dos seus próprios cérebros.

Nesse sentido, compreender como se dá a *atenção* no nível cerebral pode revelar caminhos para auxiliar na aprendizagem escolarizada da matemática. E, para tanto, é oportuno convidar para esse cenário algumas discussões teóricas da neurociência cognitiva.

UM CONVITE À NEUROCIÊNCIA COGNITIVA PARA FUNDAMENTAR A HABILITAÇÃO DA ATENÇÃO DOS ALUNOS

Segundo Gazzaniga (2006), o psicólogo norte americano Willian James foi pioneiro no estudo de processos atencionais em torno da nossa capacidade de selecionar, focar em uma única informação e tomar consciência dela. Segundo Matlin (2004), ele delineou a primeira classificação dos *mecanismos atencionais* como sendo **ativos**, ou seja, prestamos *atenção* quando existirem disponíveis *objetivos ou expectativas pessoais* (nossas motivações) e, **passivos**, quando nos deixamos controlar por *objetivos ou expectativas institucionais* (estímulos ambientais externos).

Em 1911, Wilheim Wundt, na Alemanha, ampliou essa categorização original buscando justificar os fundamentos desses mecanismos, denominando, segundo sua percepção de neuroanatomia, de **Campo Subjetivo** que correspondia

> a área no interior da qual estariam presentes conteúdos com graus variados de claridade ou nitidez. Os mais claros e distintos se encontrariam no entorno de um ponto de fixação presente no foco de atenção, compondo uma espécie de **consciência clara**, e aqueles que circundam tal foco e se distribuem indistintamente até a periferia do campo subjetivo formariam uma **consciência obscura**. Do ponto de vista [neuro]funcional, definiu **apreensão** como o processo responsável pelo acesso àquelas percepções que se distribuiriam pelo campo subjetivo mais amplo, o da consciência obscura; e **apercepção** foi por ele definida como a atividade em que elementos presentes no campo da consciência obscura poderiam ser elevados, por meio da atenção, ao campo da consciência clara ou foco de atenção. Dessa forma, compreende **processo aperceptivo** como a atividade de tornar conscientes conteúdos antes inconscientes num caráter dinâmico e plástico. (SIMÕES, 2014, p. 323, grifos da autora).

Observa-se, dessa forma, que o interesse das pesquisas sobre *atenção* não foi desvinculado do estudo da consciência que serviu de fio condutor, conforme Simões (2014), para muitos outros pesquisadores que a consideraram um fenômeno de investigação.

Em Sternberg (2010), a *atenção* é apresentada em paralelismo com a consciência. Esse autor afirma que os processos conscientes podem ser estudados mais facilmente do que os inconscientes, já que não possuímos consciência deles. Esse fenômeno é acentuado na questão da recordação, fator indispensável para a aprendizagem (WILLINGHAM, 2011). De fato, a *atenção* precisa de um estado de vigília ou alerta, ou seja, de determinado tônus cortical para a recepção dos estímulos recebidos nos órgãos dos sentidos (LIMA, 2005).

Com efeito, por se tratar de um objeto não observável

5 Refere-se segundo, Stuss *et al.* (1995), aos substratos materiais específicos que sustentam os processos, isto é, as operações ou componentes funcionais exclusivos que permitem a execução de tarefas com sucesso que estão relacionadas ao processamento de uma informação ambiental.

e não mensurável, pesquisas relacionadas foram ignoradas pelos behavioristas que repudiavam ideias mentalistas. Entretanto, as contrargumentações acerca das pesquisas contundentemente positivistas, permitiu o nascimento, entre o final da década de 1950 e início da década de 1960, da psicologia cognitiva que abriga o retorno por fenômenos da consciência, sendo a *atenção* seu foco inicial.

Mais recentemente, os cientistas cognitivistas (re)significam, de certa forma, as ideias originais de Willian James em 1890 e de Wilheim Wundt em 1911, buscando modelos gerais para analisar a *atenção* e seus desdobramentos em termos de mecanismos específicos. Portanto, é importante destacar que os tipos de *atenção* mais descritos na literatura (seletiva, concentrada, dividida) podem ser entendidos conforme os dois mecanismos gerais de processamento da informação:

- **bottom-up** – baseado no processamento fisiológico da detecção de estímulos externos, citado por Broadbent (1958), conforme Sternberg (2010), que explica suficientemente circunstâncias que exigem uma *atenção focalizada e seletiva*, isto é, quando os estímulos se referem a algo novo, inédito para o observador que começa a analisar sem ideias pré-concebidas, permitindo que o mesmo estímulo influencie seu *Campo Subjetivo)* e;
- **top-down** – baseado nos processos superiores de memória e de representações mentais que se detém sobre desvelar a performance em tarefas que recrutem *atenção dividida*, e cuja origem se funda na crítica ao modelo anterior. A perspectiva top-town é defendida por Kahneman, em 1973, Duncan e Humpheys, em 1989, Cave e Wolfe, em 1990 (STERNBERG, 2010).

Essa breve digressão histórica foi o pretexto para assinalar que, desse ponto em diante, a neurociência cognitiva representou um papel de destaque, considerando as investigações científicas de 1990 como representantes da década do cérebro.

Dentre elas, destacamos o interesse pelo estudo da *função cognitiva atenção* que para Gazzaniga *et al.* (2006), tem como objetivos específicos à luz da neurociência cognitiva:

> compreender como a atenção possibilita e influencia a detecção, percepção e a codificação dos eventos do estímulo, assim como a geração de ações baseadas nos estímulos; descrever quais algoritmos computacionais possibilitam esses efeitos; desvendar como esses algoritmos são implementados nos circuitos neurais e nos sistemas neurais do encéfalo humano; entender esses processos nos permitirá, finalmente, compreender como a lesão ou doença nesses sistemas leva à deficiência na atenção e a problemas cognitivos (GAZZANIGA *et al.,* 2006, p. 265).

Alcançá-los, exigir-se-ia que a neuroanatomofisiologia do encéfalo, dos circuitos neurais e de um neurônio fossem compreendidas à medida que essas questões fossem respondidas.

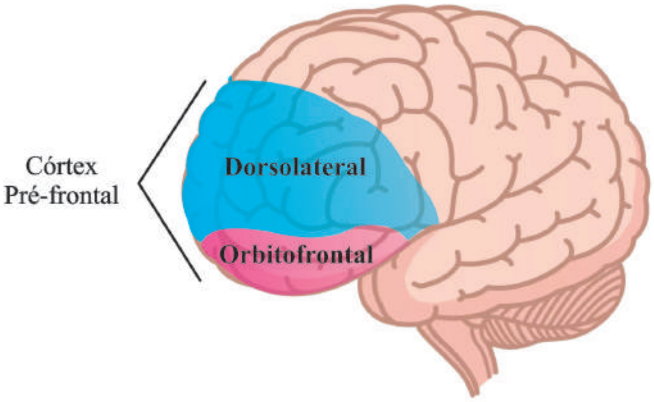
Como resultados ao longo da história, foram: desconsideradas as hipóteses do francês René Descartes (século XVII), que afirmava que a glândula pineal era o “olho da mente”, isto é, o ponto de união entre o corpo e a alma; recrutadas as ideias do espanhol Santiago Ramón y Cajal (século XX) de que os neurônios eram células com características únicas por, inclusive, dispor da capacidade de transmitir a informação elétrica em uma única direção (dos dendritos para os axônios), cuja funcionalidade e interações justificavam a produção do comportamento humano.

Além disso, como contribuições do russo Alexander Romanovich Luria (1902-1977), notam-se as divisões do encéfalo em três unidades funcionais dispostas hierarquicamente de uma forma vertical, onde as estruturas inferiores seriam bases para as superiores. A primeira unidade é responsável pela vigília e tônus cortical, a segunda pelo recebimento, processamento e armazenamento de informações, tanto do meio externo quanto interno e, a terceira destinada à regulação e verificação das estratégias do comportamento e da atividade cerebral como um todo.

Assim, vale salientar que na primeira unidade funcional, Luria já teria localizado e compreendido o primeiro nível, tipo ou *mecanismo atencional*. Nesse contexto, essas unidades hierarquizadas se interligavam e estabeleciam comunicações interneuronais por meio das zonas ativas de contato entre uma terminação nervosa denominada de *sinapses*, onde agem os neurotransmissores (substâncias químicas), transmitindo o impulso nervoso de um neurônio a outro, ou de um neurônio para uma célula muscular ou glandular.

Sob o abrigo de GAZZANIGA *et al.* (2006), podemos dizer que *atenção* (como uma função cerebral) refere-se a uma soma de processos que culminam na escolha justificada pelo processamento de determinados atributos de uma informação ambiental e não de outros. Considerado um dos criadores da neurociência cognitiva, o referido pesquisador norte americano partilha com a comunidade de neurocientistas que além de muitas estruturas subcorticais, a área do córtex pré-frontal é uma das mais importantes para que compreendamos a neuroanatomia da *atenção*, pois é responsável pelo controle voluntário da mesma, conforme indicado na Figura 1.

Figura 1 – Principais estruturas corticais da atenção voluntária

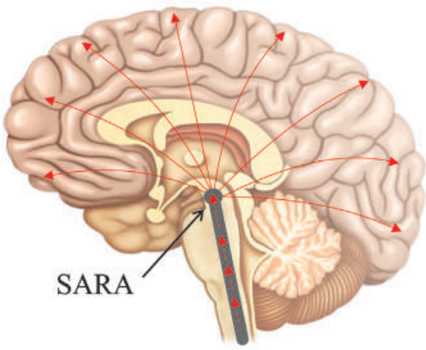


Fonte: Os autores (2017)

Nessa área do córtex, um conglomerado de estruturas cerebrais – funções da neurofisiologia do sistema atencional – participam, de maneira orquestrada, para direcionar o cérebro a um determinado foco, são elas: habilidade em prestar *atenção* e manipular informações; inibir estímulos irrelevantes; avaliar e selecionar respostas apropriadas; planejamento e monitoramento do comportamento direcionado a um objetivo.

Adicionalmente, o processo de *atenção* segundo Brandão (1995), pode ser encontrado na Formação Reticular, que se localiza no tronco encefálico, regulando o estado de alerta, tornando-se uma estrutura de mediação entre o mundo interno e o externo. A partir disso, o Sistema Ativador Regular Ascendente (SARA) possibilita a ativação cortical (Figura 2), bem como as escolhas comportamentais e a regulação do alerta.

Figura 2 – Representação do Sistema Ativador Reticular Ascendente (SARA) e direcionamentos corticais



Fonte: Os autores (2017)

Mesulam (1999), corroborando com Posner e Petersen (1990), comenta que três estruturas estão relacionadas à *atenção* seletiva: o córtex parietal superior, o córtex pré-motor lateral e o giro do cíngulo. A primeira é responsável pela representação espacial exterior; a segunda configura o ajuste da orientação e movimentos exploratórios e a terceira com a monitoração da resposta.

Autores como Muszkat, Correia e Campos (2000) e Lima (2005) discutem sobre o córtex pré-frontal no controle voluntário da *atenção*. Desse modo, o eixo *top-down/bottom-up* se desvela no sentido dos processos controlados (focalizar um estímulo) até os processos neurofisiológicos (sistemas de ativação e manutenção da função cognitiva *atenção*) que são automáticos.

Todas essas articulações estão em consonância com os autores apresentados anteriormente, que estudaram o fenômeno da *atenção* dentro da dicotomia do tempo de reação e dos processos mobilizadores (POSNER & PETERSON, 1990). Nesse contexto, a *atenção* é essencial para o processo de aprendizagem, mais especificamente, a aprendizagem matemática.

Sobre os neurotransmissores transmitidos de neurônio a neurônio, eles possuem propriedades moleculares responsáveis pela ativação ou inibição de regiões cerebrais. No caso da *atenção*, a dopamina/DA ($C_8H_{11}NO_2$), dentre outras, é o principal neurotransmissor atuante na região do córtex pré-frontal. Sua ausência em dosagem adequada é a causadora do Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade/TDAH, que segundo o Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5, 2013) pode ser diagnosticada pela prevalência de seis (ou mais) critérios diagnósticos (A1) de uma lista de oito sintomas que caracterizam a *desatenção* (F9Q.0).

Dentre eles, vale destacar três que podem servir de base para delinear a ecologia dos *mecanismos atencionais* em prol de um ensino de matemática que considere a neurobiologia do cérebro dos alunos, são eles:

> Frequentemente **não presta atenção em detalhes** ou comete erros por descuido em tarefas escolares, no trabalho ou durante outras atividades (p. ex., negligencia ou deixa passar detalhes, o trabalho é impreciso); Frequentemente não segue instruções até o fim e **não consegue terminar trabalhos escolares**, tarefas ou deveres no local de trabalho (p. ex., começa as tarefas, mas rapidamente perde o foco e facilmente perde o rumo); Com frequência é facilmente distraído por estímulos externos (para adolescentes mais velhos e adultos, pode incluir pensamentos não relacionados). (DSM-5, 2013, p. 59, grifo dos autores)

Também apresentados em versões anteriores do DSM, esses critérios serviram para impulsionar as pesquisa sobre a natureza, desenvolvimento e a medição da *atenção*. Para verificar algumas relações entre esses critérios, o método do norte americano Michael Posner foi um divisor de águas quando comprovou em um ensaio científico que existe uma correlação linear entre o tempo de reação (ou resposta) e a motivação (ou interesse) por certo conteúdo (LENT, 2002).

Com vista a minimizar os sintomas acima, o modelo neuroanatômico de Posner e Petersen (1990) propõe que sejam consideradas três redes (ou sistemas) diferenciadas de *atenção* que podem ajudar na escolha adequada de estímulos externos, fazendo referência ao submecanismo **bottom-up**, defendido por Broadbent (1958), quando caracteriza a segunda dessas redes.

A primeira refere-se à **rede atencional posterior** (ou **Sistema de Ativação Reticular (SRA) ou Sistema de Alerta**), cuja função principal é a excitação e a *atenção* constante que é regulada/delimitada pelo córtex parietal, o pulvinal e o colículo superior, áreas corticais que partilham a peformance de ações indispensáveis à orientação ou seleção visoespacial determinada, onde, segundo Posner e Petersen (1990, p. 28),

> o lobo parietal primeiro desvia a atenção do seu foco atual, então a área do mesencéfalo age para mover o foco da atenção para a área do alvo, e o pulvinar está envolvido na leitura dos dados dos locais indexados. (PONER & PETERSEN, 1990, p. 28)

A segunda, a **rede ou sistema atencional anterior** considera o córtex cingulado anterior e as áreas motoras suplementares do córtex frontal, áreas corticais que se unem para a peformance potencial de um grande número de circunstâncias que necessitam da detecção de sinais relativos a estímulos/eventos apresentados e a preparação de respostas apropriadas. Esse pesquisador e seus colegas destacam também que outra função dessa rede remete-se ao controle executivo do comportamento voluntário e dos processos mentais conscientes.

Não menos importante, mas por uma questão de hierarquia, no modelo neuroanatômico integrado de Posner, a **rede ou sistema de alerta**, é formada pelo *locus coeruleus* – um menor centro de células do mesencéfalo, cuja função é secretar a *norepinefrina ou* noradrenalina ($C_8H_{11}NO_3$), um neurotransmissor essencial para sustentar o *estado de alerta*.

Assim, considerando-se os achados pinçados das contribuições da neurociência cognitiva, sugerimos a necessidade de buscar abrigo em uma ecologia – análise prévia das condições e restrições – que determine um funcionamento adequado às expectativas institucionais para a habilitação dos mecanismos atencionais, permitindo o *link* entre as demandas escolares (*que se encontra na consciência obscura*) e pessoais dos estudantes da Educação Básica (*que residem na consciência clara*, mais especificamente, no **Campo Subjetivo** de Wundt).

POR UMA ECOLOGIA DOS MECANISMOS ATENCIONAIS: REDIRECIONAMENTOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA DO SÉCULO XXI

O que seria ecologia? E, mecanismos atencionais? E, a ecologia deles?

Nasce das imbricações sobre os estudos da neurociência cognitiva a necessidade de concatenar com a Didática da Matemática, em especial a francesa, as noções sobre restrições e condições de funcionamento das tarefas matemáticas, bem como suas bifurcações com os mecanismos atencionais, dado suas macroestruturas neurocognitivas apresentadas na seção anterior. Tem-se a intenção de perceber como os processos *top-down* e *bottom-up* estão relacionados com a ecologia das referidas tarefas.

A noção de ecologia, para comungar com os pressupostos apresentados nas subseções anteriores se encontra nos estudos de Chevallard (1998; 2002a,b) dentro da Teoria Antropológica do Didático (TAD). O autor busca entender a atividade matemática situada na atividade humana, fazendo alusão ao termo antropologia da matemática[6] nas situações didáticas, de Brousseau. Chevallard também preconizou a noção de Transposição Didática (TD), sobre como se dá o *saber a ser ensinado*. Desta, surgiram os questionamentos que fizeram o referido autor pensar sobre a organização dos conhecimentos matemáticos (ALMOULOUD, 2007).

A TAD parte da assertiva que tudo é objeto (O) e que este só existe quando o sujeito (X) reconhece-o, em uma instituição (I), dentro dessa perspectiva antropológica. O referido autor traz desse modo à noção da particularidade da organização dos conhecimentos, referidos como *saber*. Tendo isto em mente, define *habitat* de um objeto matemático como sendo o tipo de instituição onde se encontra o saber que está relacionado ao objeto de estudo, determinando assim a função deste saber (ALMOULOUD,

6 Chevallard fala sobre o termo antropologia ser apenas um efeito de linguagem, não havendo razão para situar essa teoria apenas no campo da antropologia (CHEVALLARD, 1998).

2007). Essa função, por sua vez, determina seu *nicho*.

Numa questão ecológica, a etimologia da palavra *nicho* refere-se em funcionalidade de uma espécie dentro de um ecossistema. A própria palavra ecologia pressupõe o estudo das relações de um organismo com o seu ambiente inorgânico ou orgânico. Nicho ecológico responde algumas questões sobre como a determinada espécie se reproduz, se alimenta, descansa, etc.

Dito isto, Chevallard postula em três partes a questão da TAD:

> 1. Toda prática institucional pode ser analisada sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas.
>
> 2. O cumprimento de toda Tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica.
>
> 3. A ecologia das tarefas, quer dizer, as condições e restrições que permitem sua produção e sua utilização nas instituições (ALMOULOUD 2007, p. 116-118).

O terceiro postulado, então, define ecologia como "condições e restrições" das tarefas e das técnicas dentro da determinada instituição, permitindo assim a sua utilização. Bosch & Chevallard (1999), complementam:

> [...] a ecologia de Tarefas e técnicas são as condições e necessidades que permitem a utilização destas nas instituições e supõe-se que, para poder existirem em uma instituição, uma técnica deve ser compreensível, legal e justificada. Essa necessidade ecológica explica a existência de um discurso descritivo e justificativo das Tarefas e técnicas que chamamos de tecnologia da técnica. O postulado 3 descreve ainda que toda tecnologia tem uma necessidade de justificativa a qual chamamos de teoria da tecnologia e que constitui o fundamento último (BOSCH & CHEVALLARD, 1999, p. 85-86).

Os dois primeiros postulados referem-se à constituição das tarefas T, que pressupõe técnicas t para a sua resolução. A esse bloco, Chevallard nomeia de **bloco prático** (ou bloco $[T, t]$). De maneira análoga, a técnica precisa de uma condição e restrição, a qual é chamada de tecnologia θ da técnica, que é justificada e legalizada também por uma teoria Θ . Nesse caso, tem-se o **bloco teórico** (ou bloco $[\theta, \Theta]$). Configura-se assim a noção na junção desses dois blocos a **Praxeologia** na organização matemática.

Pode-se entender esse dois blocos como *saber fazer* (prática) e *saber* (teórico). Uma tarefa matemática do tipo "Calcular $f(\pi)$ em $f(\beta) = sen\ \beta$ " pressupõe a existência de uma técnica de resolução aceitável na instituição (escola), que seria, a priori, a substituição de "β" por "π", na função apresentada. Essa técnica (de substituição) tem justificativa na tecnologia oriunda do cálculo diferencial, sobre domínio e imagem e por sua vez se justifica dentro da própria teoria de funções.

Desse modo, a ecologia refere-se também ao discurso produzido nas instituições a fim de justificar, legalizar e tornar plausível uma tarefa (e uma técnica). Essa plausibilidade pode ser alicerçada dentro da assertiva das funções cognitivas, onde a *atenção* é a primeira delas na questão da aprendizagem, já que Chevallard (1998; 2002a, b) a considera como a mudança de relação com o objeto.

Qual a necessidade de estabelecer uma ecologia para ensinar matemática? E, ainda mais, baseada nos mecanismos atencionais?

Tendo em vista os preceitos apresentados até aqui, sobre a historicidade e especificidade do ensino de matemática, sobre como a organização do conhecimento matemático se dá dentro de uma instituição, segundo a TAD, faz-se necessário estabelecer uma ecologia para o ensino de matemática, articulada com os mecanismos atencionais.

A Educação Matemática pode se apropriar de alguns testes de mensuração de *atenção* feitos para humanos. Em Lima (2005, p. 7) é evidenciado que esses testes se utilizavam de determinadas características da *atenção*, como por exemplo, a medida de *atenção* seletiva por Posner (GRAWRYSSEWSKI & CARREIRO, 1998; STERNBERG, 2010), onde o participante sentava em uma cadeira de frente a uma tela, fixando o olhar sobre um ponto central e aparecendo pontos em determinados cantos para medir o tempo de reação. Esse teste condiz com a noção do Campo Subjetivo de Wundt, quando o sujeito precisa focalizar em um alvo e direcionar as energias a ele, sendo que há distratores dentro do campo de visão, nesse caso.

Esses tipos de teste, segundo Cortese e colaboradores (1999 apud LIMA, 2005) levam em consideração algumas variáveis, a saber:

> *Vigilância*: capacidade de selecionar e vocalizar os estímulos;
>
> Amplitude: quantidade de estímulos que deverão ser processados na realização do teste;
>
> *Tracking*: rastreamento do material em foco envolvendo os processos de memória de curto

> prazo;
>
> *Tempo de reação*: tempo necessário para realizar uma tarefa;
>
> Alternância: flexibilidade e velocidade de deslocamento da atenção de um foco para outro (CORTESE e COLABORADORES, 1999, apud LIMA, 2005 p.120).

Nessa perspectiva, a *atenção* vai ser habilitada e treinada, isto é, a sua ecologia pode ser pautada em hipótese dentro da variedade de estímulo para determinada tarefa, que se refere à **alternância** dos estímulos; em quanto tempo se consegue realizar um cálculo de uma raiz de uma função, isto é, o **tempo de reação** do aluno; evocar conhecimentos anteriores, ligados ao *Tracking* e ao *Background*; na quantidade de estímulos que deverão ser processados na determinada Tarefa, que é a **amplitude** dos estímulos. A capacidade de seleção do estímulo certo ou a **vigilância** se torna fundamental para esses processos.

Dito isto, verifica-se a importância de entender a dicotomia dos processos controlados-automáticos. Tais processos controlados demandam mais energia (STERNBERG, 2010) do que os automáticos, assim argui-se sobre questão da inibição de estímulos concorrentes e concentração nos estímulos que interessam (LIMA, 2005). A questão da variação pode ser entendida como a criação de assembleias de sinapses, solidificando e variando a intercomunicação entre os neurônios (COSENZA e GUERRA, 2012).

Para o professor ou profissional da Educação Matemática, é necessário conhecer a ecologia das tarefas dentro do pressuposto da *atenção*. Corroborando com Lima (2005, p. 8), "do ponto de vista neuropsicológico, é fundamental compreender os mecanismos atencionais, na medida em que representam base de todos os processos cognitivos e encontram-se alterados na presença de sintomas clínicos." A *atenção*, que é requisitada ao aluno constantemente pelo professor, deve ser conquistada, pois a nível neuropsicológico, o cérebro perde o interesse naquilo que não tem sentido para ele, isto é, não ativa as *estruturas do núcleo da base do telencéfalo*, especificamente, o *corpo amigdalóide* e o *núcleo accumbens* com *bombas de dopamina*/$C_8H_{11}NO_2$ (LENT, 2002). O professor deve buscar, então, conquistar "seu público", levando em consideração suas especificidades, o que ele já sabe, os estímulos disponíveis adequadamente etc.

Sobre tais assertivas, Willingham (2011) discorre:

> Como um professor pode maximizar as chances de ser seguido pelos alunos? Outro professor de escrita criativa, que tive na época de faculdade, respondeu a essa pergunta quando afirmou: "Grande parte de escrever significa antecipar a reação do seu leitor". Para guiar o leitor nessa jornada mental, você precisa saber aonde cada frase o levará: ele a achará interessante, confusa, poética ou ofensiva? [...] Para antecipar a reação de seu leitor, você precisa conhecer sua personalidade, seus gostos, suas ideias e seu *background*. Todos já ouvimos o conselho "conheça seu público" (WILLINGHAM, 2011 p. 190).

Isso mostra que não apenas se deve conhecer as restrições e condições apresentadas na instituição em relação às tarefas, mas sim, consideravelmente, conhecer o perfil comportamental do aluno, que é o outro lado da relação proposta por Chevallard na TAD, dentro da articulação proposta. Quando a tarefa não possui uma técnica (e por consequente, uma tecnologia e teoria), existe uma possibilidade considerável do cérebro não focalizar o estímulo, causando a desatenção a qual esse trabalho propôs analisar.

Como uma tarefa envolvendo *sen* β, por exemplo, o professor precisa entender que a ecologia necessita estar ligada ao *background* do aluno, pois assim os processos de *atenção voluntária* com relação aos estímulos certos podem ser ativados. Não se conquista o aluno com algo não significativo: é preciso que o professor pense em como a aprendizagem ocorre e não apenas em como ele irá "ensinar" o conteúdo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi exposto, é perceptível o tamanho da complexidade que se demanda para compreender os mecanismos atencionais e, dessa forma, traçar rotas didáticas que, ao considerá-los, contribuirá para alcançar os objetivos previstos em cada exposição ou mobilização dos conteúdos matemáticos.

Para planejar materiais instrucionais voltados às necessidades atencionais dos estudantes é preciso considerar que a percepção humana responde à captação dos estímulos visoespacial – principalmente – e depende das condições e restrições que esses estímulos apresentam, uma vez que a tomada de consciência e reconhecimento do significado requisita o background (conhecimento prévio).

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BOSCH, M., CHEVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'etude et problematique. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Penseé Sauvage-Éditons, v. 19, n.1, p.77-124, 1999.

BROADBENT, D. **Perception and Communication**. London: Pergamon, 1958.

CAPRA, F. **A teia da vida**: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos. 10ª ed. São Paulo: Cultrix, 2006.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11 juillet 1998; **paru dans les actes de cette université d'été**, IREM de ClermontFerrand, p. 91-120.1998.

______________. Le développement actuel de la TAD: pistes et jalons. **Notes pour un exposé donné le 6 juin 2007 au Séminaire DIDIREM**. 2007, p.1-19. Ct. Disponível em: Acesso em: 12 mar. 2001.

______________. Organiser l'étude: 1. Structures & fonctions: **Actes XIe école d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002a.

______________. Organiser l'étude: 3. Ecologie & regulation: **Actes XIe école d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002b.

______________. **Rapport au savoir et didactiques**. Paris: Éditions Fabert, 2003.

______________. Les mathématiques dans les formations universitaires: un schéma alternative. **Notes pour exposé présenté au séminaire**. Mathématiques et sciences humaines de la Faculté des sciences de Luminy, Méditerranée, 2007.

CORTESE, S.S., MATTOS, P., BUENO, J. R. Déficits atencionais e antidepressivos. **J. Brás. Psiquiatria**, v. 48, n. 2, p. 79-85, 1999.

COSENZA, R., GUERRA, L**. Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

D'AMBROSIO, B. S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 35-42, 1993.

D'MELLO, G. D. e STECKLER, T. J. **Animal models in cognitive behavioural pharmacology**: an overview. Cognitive Braisn Res, 1996, n. 3, p. 345-352.

DSM-5 (Diagnostic and Statistical Manual of Mental disorders – 5). Washington: American Psychiatric Association, 2013.

FONSECA, L. S. **Aprendizagem em Trigonometria**: obstáculos, sentidos e mobilizações. São Cristóvão: UFS, 2011.

FONSECA, L. S. **Funções Trigonométricas**: elementos "de" & "para" uma Engenharia Didática. São Paulo: Livraria da Física, 2012. 184 p.

FONSECA, L. S. **A neuromatemática como um novo paradigma para a Educação Matemática**. In: Direcional Educador (ISSN 1982-2898). São Paulo: Grupo Direcional, 2013 a.

FONSECA, L. S. **Protocolo Neuropsicopedagógico de Avaliação Cognitiva das Habilidades Matemáticas**. Rio de janeiro: WAK, 2013 b.

FONSECA, L. S. **Um estudo sobre o Ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e França**. 2015, 1v. 495p. Tese de Doutorado. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo (SP).

GAWRYSSEWSKI, L.G., CARREIRO, L.R. Mecanismos facilitatórios e inibitórios envolvidos com a orientação da atenção visual. **Arq. Brasil. Psicol.** V. 50, n. 1-5, p. 27-42, 1998.

GAZZANIGA, M. S. et al. **Neurociência Cognitiva**: a biologia da mente. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GIRAFFA, L. M. M. Vamos Bloggar Professor? Possibilidades, desafios e requisitos para ensinar matemática no século XXI . **REnCiMa**, v. 1, n. 2, p. 97-110, jul/dez 2010.

KANDEL, E. R. *et al*. **Princípios de neurociências**. 5ed. Brasil: MCGRAW-HILL, 2014.

LENT, R. **Cem bilhões de neurônios**. Rio de Janeiro: Atheneu, 2002.

LEVY, O. **O que é o virtual?** São Paulo: Editora 34, 1996.

LEZAK, MD. et al. **Neuropsychological assessment**. New York: Oxford, 1976.

LIMA, R. F. Compreendendo os mecanismos atencionais. **Ciência & Cognição**, v. 6, p. 113-122, 2005.

LINGBERG, T. Training of working memory and attention. In: POSNER, M. (Ed.). **Cognitive neuroscience of attention**. Cap. 32. 2ed. New York: The Guilford Press, 2012.

MATURANA, H. R.; VARELA, F. J. **A árvore do conhecimento:** as bases biológicas da compreensão humana. 5 ed. São Paulo: Palas Athena, 2005.

MESULAM, M.M. Spatial attention and neglect: parietal, frontal and cingulate contributions to the mental representation and attentional targeting of salient extrapersonal events. **Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci**, v. 354, n. 1387, p. 1325-46, 1999.

MUSZKAT, M; CORREIA, CMF; CAMPOS, SM. Música e Neurociências. In: **Revista de Neurociências**, 2000; 8 (2): 70-75.

NAHAS, T. R. & XAVIER, G. F. Atenção: Mecanismos e Desenvolvimento. In: MELLO, C. B.; MIRANDA, M. C. & MUSZKAT, M.. **Neuropsicologia do Desenvolvimento**: conceitos e abordagens. Cap. 3. 1 ed. São Paulo: Memnon, 2005.

POSNER, M. I. e PETERSEN, S. E. The attention system of the human brain. In: **Annu Rev Neurosci**, 13, 1990, 25-42.

ROCHA, J. L. Debates sobre o ensino da matemática na década de 1930**. Revista Brasileira de História da Educação**, n. 9, p. 199-230, jan./jun. 2005.

SAMÁ, S, P. Carta de navegação: abordagem multimétodos na construção de um instrumento para compreender o operar da modalidade a distância. **Tese** (Doutorado). Rio Grande: Universidade Federal do Rio Grande-FURG, 2012.

SCHWARTZMAN, S.; BOMENY, H. M. B. e COSTA, V. M. R. **Tempos de Capanema**. 2 ed. São Paulo: Fundação Getúlio Vargas e Editora Paz e Terra, 2000

SCIENCE OF LEARNING RESEARCH CENTRE, SLRC. Spatial predictability guides attention – PEN #3. Acesso em maio de 2017. Disponível em: https://www.slrc.org.au/pen-3-spatial-predictability-guides-attention/.

SIMÕES, P. M. U. **Análise de Estudos sobre Atenção Publicados em Periódicos Brasileiros**. In: Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional, SP. Volume 18, Número 2, 2014, p. 321-330.

SOARES, F. S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. Ensino de matemática no século XX: da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. **Revista Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004.

STERNBERG, R.J. **Psicologia Cognitiva**. Porto Alegre: ArtMed, 2010.

STUSS, D. T., SHALLICE T., Alexander M. P., PICTON T. W. A multidisciplinary approach to anterior attentional functions. Ann. N. Y. **Acad. Sci**., 769, p. 191–211, 1995.

TOMAZ, C. *et al*. Métodos de estudo da relação entre cérebro, comportamento e cognição. In: **Neuropsicologia**: aplicações clínicas. Cap. 42. Porto Alegre: Artmed, 2016.

VEEN, W.; VRAKKING, B. **Homo zappiens** - educando na era digital. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WILLINGHAM, D. T. **Por que os alunos não gostam da escola?** Reposta da ciência cognitiva para tornar a sala de aula atrativa e efetiva. Porto Alegre: Artmed, 2011.

A PESQUISA SOBRE O SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: PROPOSTA DE UM PROJETO AMPLO DE PESQUISAS

Wagner Rodrigues Valente[1], Luciane de Fatima Bertini[2], Neuza Bertoni Pinto[3] e Rosilda dos Santos Morais[4]

Submetido em 06/03/2017; Aceito em 03/04/2017

Resumo: Este texto problematiza a pesquisa sobre o saber profissional do professor que ensina matemática por meio da divulgação de projeto amplo de pesquisa iniciado em finais de 2017. Para tal, ampara-se em inventário de pesquisas realizadas sobre a formação de professores, concluindo pela necessidade de tratamento histórico do tema, tendo em vista a elaboração de uma *matemática para ensinar*, saber profissional que caracteriza a docência. Considerando esse objetivo, analisa novas bases teórico-metodológicas para estudos da formação de professores, vindas da ERHISE, equipe de pesquisa da Universidade de Genebra.

Palavras-chave: Formação de Professores. Ensino de Matemática. Saber profissional.

Abstract: This text problematizes the research on the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics through the dissemination of a broad research project initiated at the end of 2017. To this end, it relies on an inventory of research carried out on teacher education, concluding by the necessity of historical treatment of the subject, in view of the characterization of a mathematics for teach, professional knowledge that characterizes the teaching. Considering this objective, it analyzes new theoretical-methodological bases for studies of teacher training, coming from ERHISE, a research team from the University of Geneva.

Keywords: Teacher-training. Mathematics Teaching. Professional knowledge.

INTRODUÇÃO

Que matemática deverá formar o futuro professor? Tal questão está na ordem do dia e fomenta o debate sobre a formação profissional dos professores. O tema, por certo, não é novo, antes, muito ao contrário. Não há novidade nem como demanda do senso comum pedagógico, nem como assunto de pesquisas acadêmicas: quer-se formar o professor que saiba ensinar, isto é, quer-se formar o profissional docente de modo que se encurte a distância entre a sua ambiência de formação e o lugar onde irá exercer o seu ofício, a escola. E novas perspectivas teóricas de abordagem do assunto vêm mostrando que a formação de professores deverá envolver saberes de natureza diferente daqueles consagrados disciplinarmente. Assim, a matemática que integra a formação para a docência, a matemática como uma ferramenta do profissional do ensino tem outro caráter que a matemática de cunho disciplinar, própria da ciência matemática, não comprometida profissionalmente com o seu ensino. Há uma matemática para a docência, trata-se de uma matemática como um saber profissional.

1 Doutor em Educação pela FEUSP. Professor Livre Docente do Departamento de Educação da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) – *Campus* Guarulhos. Coordenador do GHEMAT. E-mail: ghemat.contato@gmail.com

2 Doutora em Educação pela UFSCar. Professora Adjunta do Departamento de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) – *Campus* Diadema. E-mail: lfbertini@gmail.com

3 Doutora em Educação pela FEUSP. Professora da REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. E-mail: neuzabertonip@gmail.com

4 Doutora em Educação pela UNESP-RC. Professora Adjunta do Departamento de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) – *Campus* Diadema. E-mail: rosildamorais7@gmail.com

Reitere-se: há uma matemática para a docência, uma ferramenta da profissão docente. Mas, que matemática é essa? Como caracterizá-la? Estas questões orientam o trabalho de um conjunto de pesquisadores do GHEMAT Brasil[5], em torno do projeto "A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990"[6].

O QUE DIZEM AS PESQUISAS SOBRE O SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR?

Em tempo relativamente recente têm sido realizados estudos que inventariam a produção científica relativamente ao tema da formação de professores. No que diz respeito à formação de professores de forma geral, são exemplos dessas sínteses as pesquisas realizadas por Marli André sobre as tensões e perspectivas de pesquisas sobre formação de professores (ANDRÉ, 2011); também aquelas elaboradas por Bernadete Gatti relativa às pesquisas sobre a formação inicial de professores para a escola básica (GATTI, 2014). Somam-se a esses trabalhos os estudos realizados por Libânia Xavier sobre a construção da profissão docente (XAVIER, 2014) e, mais recentemente, a pesquisa de Itale Cericato que faz uma revisão bibliográfica sobre o mesmo tema (CERICATO, 2016).

O que dizem esses estudos relativamente à formação profissional do professor?

Os inventários sobre as pesquisas realizadas mostram que, a partir da década de 1990, há uma ênfase na subjetividade no modo de tratar os saberes da profissão docente, eles são considerados no âmbito de contextos específicos e situados. Há uma abordagem que se revela predominante, que tem foco no professor, secundarizando as discussões sobre a formação inicial, em termos de análises dos saberes institucionalizados (ANDRÉ, 2011; XAVIER, 2014). Relativamente aos saberes profissionais, presentes na formação inicial, revela-se o predomínio disciplinar, com poucos elementos vindos das pesquisas de campo, sobre o professor, sobre o cotidiano escolar (GATTI, 2014). Além disso, os estudos revelam que a dificuldade da caracterização profissional está relacionada a uma melhor caracterização do saber do professor (CERICATO, 2016).

Ao que parece, a perspectiva vinda desde a década de 90 do século passado, de certo modo, secundarizou a possibilidade de uma caracterização objetiva dos saberes profissionais do professor, sedimentando uma visão instrumentalista quanto à natureza dos saberes[7]. Assim, diferentemente de outras profissões, para o caso da docência, há uma contraposição à "racionalidade e objetividade" vindas de "orientações de alguns especialistas em planos e políticas dirigidos aos professores", Xavier (2014).

Esse novo tempo de pesquisas sobre a formação de professores, de um modo ou de outro, reforçou os ingredientes subjetivos do processo formativo, colocando em evidência diferentes saberes (em realidade, *conhecimentos*) que deveriam participar da formação profissional dos professores. Na crítica à formação tradicional, dita transmissiva de conteúdos, surgiram argumentos para a inclusão de todo um conjunto de saberes (conhecimentos) não objetivados em disciplinas de formação: o conhecimento dos alunos, dos seus interesses, das suas necessidades, aspectos sócio-culturais que interferiam na aprendizagem, conhecimento pessoal e informal do professor sobre a vida cotidiana, o conhecimento do contexto da escola e o conhecimento que o professor tinha de si mesmo (PONTE, 1999, p. 17).

A análise desses estudos é reveladora: os saberes profissionais deveriam ser captados no âmbito das práticas pedagógicas, dos conhecimentos desenvolvidos pelos professores para melhor gerir o seu trabalho didático-pedagógico. E um dos objetivos dessas pesquisas voltava-se para o encontro de professores cujas práticas pedagógicas eram reconhecidas como boas por meio dos seus pares, dos alunos, dos gestores etc.[8]

5 O GHEMAT Brasil constitui um grupo associado de pesquisadores, institucionalmente formalizado, que tem sua organização diretamente ligada a projetos coletivos de pesquisa.

6 Trata-se de projeto temático que vem sendo desenvolvido com auxílio da Fundação para a Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP. O texto do presente artigo utiliza-se da redação do projeto aprovado, sintetizando aspectos que evidenciam a problematização do tema do saber profissional do professor que ensina matemática.

7 Hofstetter e Schneuwly (2009, p. 15) afirmam que "o debate quanto à natureza dos saberes nas instituições de formação é intenso". Apoiados em Young (2008), ponderam que é possível esquematizar tais controvérsias científicas em dois grandes polos: o instrumentalista, cuja formação é "concebida estreitamente articulada aos saberes cotidianos, aos saberes de ação e de experiência. O conceito de 'competência' neste caso constitui uma expressão" (p. 15). O saber, nessa concepção, depende "da experiência, das necessidades e interesses de cada um, relativizando a possibilidade de conhecer e, em consequência, a objetividade do saber, ou mesmo a sua pretensão de verdade" (p. 15). Por outro lado, tem-se o polo "neoconservador" no qual o indivíduo é, também, responsável pelo seu processo de aprendizagem. "Saber e saber a ensinar constituem uma unidade na qual o problema da transformação dos saberes a fim de torná-los ensináveis não existe [...]. Em tal concepção, saberes para ensinar aparecem como inúteis" [...] (p. 16).

8 Leiam-se estudos sobre o tema, como, por exemplo, os de Cunha (2005) e, mais recentemente, a pesquisa de Vieira (2016).

No entanto, se a admissão de que o saber docente tem caráter subjetivo, ao que parece, com o passar do tempo, o intento dessas investigações revelou ser o da objetivação dos saberes (conhecimentos) que pudessem ser sistematizados e que deveriam, com isso, com a sua sistematização e objetivação, fazer parte da nova formação profissional dos professores. Em síntese, caberia a transformação dos conhecimentos dos sujeitos em saberes objetivados. As pesquisas sobre a formação de professores, de algum modo, buscaram captar na análise das práticas docentes, ingredientes, elementos que em tempo posterior pudessem ser sistematizados e institucionalizados de modo a virem a alterar a própria formação inicial.

De outra parte, como se mencionou, poucas parecem terem sido as pesquisas que têm se dedicado aos processos de sistematização e institucionalização dos conhecimentos que a prática docente ao longo do tempo elaborou e que poderiam configurar-se como saberes. E, aqui, é importante, mesmo que tardiamente neste texto, explicitar a diferença, em termos teórico-metodológicos, entre *conhecimento* e *saber*. O primeiro mais ligado à subjetividade, às experiências vividas pelo sujeito, meios implícitos da ação, do raciocínio; o segundo, fruto de sistematização, de caráter mais consensual, passível de generalização e objetivação, produto cultural historicamente institucionalizado cujo intento é a sistematização e organização de determinados conhecimentos com o fim de propiciar a sua comunicação[9].

O QUE DIZEM AS PESQUISAS SOBRE O SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA?

Em relação à formação de professores que ensinam matemática, destacam-se pesquisas como a que vem sendo realizada, desde 2002, pelo Grupo de História Oral e Educação Matemática (GHOEM), por meio de projeto de *amplo espectro* que vem sendo desenvolvido sistemática e continuadamente, no qual se tem buscado elaborar um mapeamento (histórico) sobre a formação e atuação dos professores de Matemática no Brasil (GARNICA; FERNANDES; SILVA, 2011), e pelo do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática (GEPFPM), cujos primeiros resultados foram publicados no livro "Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001-2012" (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016).

O mapeamento (histórico) da formação e atuação de professores de Matemática no Brasil realizado pelo GHOEM, por meio de uma ampla gama de pesquisadores de diferentes regiões, se apresenta como "um projeto em andamento, uma iniciativa inacabada" (GARNICA; FERNANDES; SILVA, 2011, p. 243). Por "iniciativa inacabada", esses pesquisadores afirmam que "um cenário nunca está mapeado em definitivo: cada mapeamento é uma leitura que permite novas leituras" (Ibid.). Isso posto consideram que "a metáfora cartográfica é exatamente isso, uma metáfora, dado que nossos mapeamentos são de conformação dinâmica" (Ibid.)[10]. Não é objetivo deste texto inventariar os resultados dessas pesquisas. Entretanto, em uma análise a partir de títulos de dissertações, teses, trabalhos de conclusão de curso e de iniciação científica defendidos no grupo, no referido projeto, identificou-se que não se coloca nessas pesquisas acento na constituição dos saberes da formação de professores de matemática, tampouco de professores que ensinam matemática, embora suspeite-se que a temática dos saberes atravesse algumas das pesquisas[11].

De caráter diferente dos estudos que vêm sendo realizados pelo GHOEM, o GEPFPM, lançando olhar para os trabalhos já realizados no âmbito da temática da formação de professores, conclui que as investigações sobre a formação de professores que ensinam matemática, no Brasil, entre os anos de 2001 a 2012, revelam a predominância de pesquisas de natureza empírica ou pesquisas de campo (mais de 80%) e a menor representatividade de pesquisas de natureza teórica, bibliográfica e documental (cerca de 13%) (NACARATO et al., 2016). Megid *et al.* (2016, p. 119) questionam esta menor representatividade de estudos de natureza mais teórica ponderando que ela "parece indicar que as tentativas de teorização e sistematização do campo de estudo do professor que ensina matemática e/sua formação [...] são bastante reduzidas". Como se nota, tais apontamentos mostram-se em acordo

9 Para uma caracterização mais precisa dos termos "saber" e "conhecimento", leia-se Brousseau (1994).

10 Garnica, Fernandes e Silva (2011) fazem referência a uma pesquisa de doutoramento que vinha sendo realizada no grupo (OLIVEIRA, 2013) a qual poderia "permitir, com mais clareza e método, alinhavar todas as contribuições que temos [GHOEM] disponíveis, de modo a elencar algumas compreensões mais gerais acerca das práticas de atuação e formação dos professores de Matemática no Brasil". A pesquisa citada (OLIVEIRA, 2013) reuniu em um *software* (Hemera) depoimentos coletados por pesquisadores do grupo em um período de 10 anos. O que se lê no exposto é um vislumbre acerca de uma possível sistematização do que vinha sendo realizado pelo grupo a partir das pesquisas realizadas no projeto em larga escala. Para a escrita deste texto não se teve acesso aos resultados dessa possível sistematização.

11 Leia-se em Garnica, Fernandes e Souza (2011) uma relação de pesquisas realizadas de 2002 a 2012 na temática do projeto.

com os resultados das sínteses elaboradas sobre a formação de professores de modo amplo, anteriormente expostos: pesquisas de campo, sobre o professor, sobre a escola, sobre o cotidiano escolar, aspectos situados, contextualizados, próprios de estudos de caso, abarcando a grande maioria dos estudos. Em decorrência, menor atenção e elaboração de uma produção teórica, abundância de conhecimentos vindos das pesquisas de campo, escassez de sistematizações tendo em vista o processo que transforma conhecimentos em saberes institucionalizados.

Um outro aspecto digno de nota, vindo também de Fiorentini, Passos e Lima (2016), diz respeito aos saberes profissionais presentes nos estudos inventariados. No levantamento realizado por Megid *et al.* (2016), os saberes aparecem como um dos focos de pesquisas que privilegiam a formação inicial na Licenciatura em Matemática, envolvendo temáticas como números racionais, álgebra elementar, equações, representações matemáticas por *softwares* educativos, ensino de geometria mediado pela tecnologia e formação de alunos trabalhadores de cursos noturnos. No entanto, o tema dos saberes não aparece como foco de nenhuma das pesquisas que envolvem a formação inicial no curso de Pedagogia. Assim, o saber profissional do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares parece não ter sido tema de pesquisas pelo levantamento realizado.

Mais recentemente Fiorentini *et al.* (2017) organizaram um Dossiê Temático sobre os "Estudos do estado da arte da pesquisa sobre o professor que ensina matemática". Por certo, houve avanços nas análises relativamente às discussões sistematizadas anteriormente. De outra parte, as análises evidenciam a não centralidade dos saberes matemáticos como foco das pesquisas, em termos dos saberes profissionais. Essa é uma demanda explicitamente posta pelos textos. Veja-se, por exemplo, as conclusões emitidas por Coura e Passos (2017):

> Embora essas pesquisas tenham analisado a formação do formador de professores de Matemática, produzindo resultados sobre esse processo, é possível avançar na direção de delimitar saberes, conhecimentos específicos do formador, necessários à sua atividade profissional; e, ainda, analisar em que medida se diferenciam dos saberes do professor que ele forma. Consideramos, portanto, a necessidade de pesquisas que tomem como objeto de investigação os conhecimentos de que o formador necessita para seu exercício profissional, principalmente para formar professores de Matemática, rompendo os silêncios que prevalecem nas licenciaturas em Matemática (p.21).

Como é possível constatar, também os estudos sobre a formação do professor que ensina matemática, tendo em vista os saberes de sua formação, em específico, o que estamos chamando de saber profissional, carecem de maior sistematização. As pesquisas com destaque aos estudos empíricos das práticas pedagógicas têm necessidade de dar passo adiante em termos de melhor caracterização do saber profissional do professor que ensina matemática.

O FERRAMENTAL TEÓRICO-METODOLÓGICO PARA A PESQUISA DO SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

A discussão sobre a formação de professores envolve, desde os primeiros tempos em que é pensada a sua institucionalização, no curso do século XIX, os saberes específicos para a profissão de ensinar. Que saberes deveriam possuir os profissionais da docência? Análises sobre a organização desses saberes mostram proximidade dos processos de sua elaboração em diferentes países (BORER, 2009). Tais análises têm sido sistematizadas pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra, na Suíça[12]. O que elas revelam? Que as dinâmicas de constituição dos saberes para a formação de professores no nível primário (os primeiros anos escolares) e do nível secundário (os anos escolares compreendidos pós-ensino primário e pré-ensino universitário) ligam-se à compreensão de como se articulam dois tipos de saberes: *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*. O primeiro deles – os *saberes a ensinar* – referem-se aos saberes produzidos pelas disciplinas universitárias, pelos diferentes campos científicos considerados importantes para a formação dos professores; o segundo, os *saberes para ensinar*, têm por especificidade a docência, ligam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão docente. Assim, ambos os saberes se constituem como saberes da formação de professores, mas a *expertise* profissional, o que caracteriza a profissão de professor é a posse dos *saberes para ensinar*. Mas, reitere-se: esses saberes estão em articulação com os *saberes a ensinar*.

Em termos de análise da constituição dos saberes para a profissão docente, há que se ter em conta nessas dinâmicas,

12 Para maiores informações sobre esse grupo de pesquisa, liderado pela Profa. Rita Hofstetter, veja-se: https://cms.unige.ch/fapse/SSE/erhise/

> (...) as tensões em jogo nas instâncias que contribuem de diferentes maneiras para definir esses saberes considerando: a profissão de professor e as associações/sindicatos que a representam; a administração escolar (departamentos de instrução pública, serviços de ensino primário, secundário, superior); as faculdades universitárias (com as disciplinas de referência do ensino e da pedagogia/ciência(s) da educação) (BORER, 2009, p. 43).

Considerando-se os saberes específicos *para* ensinar, os saberes para a profissão da docência, tendo em conta o nível primário, o da formação de professores primários, historicamente surgem dois modelos: o das escolas normais e o das escolas de nível superior que formam professores para atuarem nos primeiros anos escolares.

As escolas normais oferecem uma formação tanto geral como profissional. Explique-se: a formação geral refere-se a um leque de disciplinas ministradas em nível secundário; já a formação profissional liga-se a uma diminuta inserção de saberes vindos das cadeiras das ciências da educação, sobretudo a cargo do diretor escolar, uma espécie de mentor pedagógico do trabalho. No entanto, com o passar do tempo, ampliam-se os cuidados com a formação profissional, surgindo rubricas específicas para isso. No caso da formação dada no nível superior, tem-se nítida separação entre os saberes de formação geral e aqueles profissionais. Considerando-se os saberes de formação geral, eles são ministrados no curso secundário; assim, a formação em nível superior, lançando mão das ciências da educação, e suas cadeiras disciplinares, encarrega-se dos saberes profissionais (BORER, 2009).

Em síntese, a formação de professores de níveis primário e secundário, relativamente aos saberes de sua formação, diferem pelas referências colocadas historicamente. De parte dos professores para o curso primário garante-se no núcleo formativo para a profissão a presença dos *saberes para ensinar,* elaboração onde vivamente participam as ciências da educação. Relativamente aos saberes para a formação dos professores do curso secundário, os *saberes para ensinar* emergem do próprio âmbito do *saber a ensinar*.

A apropriação dos estudos do grupo da Universidade de Genebra leva-nos a conjecturar sobre o processo de constituição de uma *matemática a ensinar* e de uma *matemática para ensinar*.

Terá sentido mobilizar tais categorias para caracterizar o processo de elaboração dos saberes profissionais do professor que ensina matemática? A análise histórica poderá validar tal hipótese teórica.

A pesquisa de caráter histórico sobre os saberes, sobre os processos e dinâmicas de sua constituição e transformação tem por referência a operação historiográfica nos termos atribuídos por Michel de Certeau (1982): se refere à combinação de um lugar social, de práticas científicas e de uma escrita. Um lugar ocupado por quem analisa, investiga e realiza uma tarefa eivada de interesses decorrentes desse lugar ocupado. Práticas científicas tendo em conta que seus resultados se sujeitam à crítica de uma comunidade, com suas regras próprias e aceitas no mundo acadêmico; e uma escrita que tem forma de narrativa.

Desse caráter referencial para a investigação histórica, considerando-se os estudos de Michel de Certeau, caberá o diálogo com uma abordagem que tem em conta a História Cultural. Trata-se de uma opção, de uma perspectiva de abordagem. Tal perspectiva trata a história como uma forma de conhecimento,

> que visa a reconhecer a maneira pela qual os atores sociais dão sentido às suas práticas e aos seus discursos (situa-se) situando-se, portanto, na tensão entre, de um lado, as capacidades inventivas dos indivíduos ou das comunidades e, de outro, as restrições e as convenções que limitam – com mais ou menos força segundo as posições que ocupam nas relações de dominação – o que lhes é possível pensar, dizer e fazer (CHARTIER, 2016, p. 30).

Escolhida essa base de trabalho, que se revela como necessária à pesquisa histórica de constituição e transformação dos saberes profissionais, há que se admitir que ela não se mostra, por si só, como suficiente para a condução das investigações. Como, tendo em vista esse posicionamento teórico, poderá ser possível captar o movimento de constituição e transformação dos saberes profissionais do professor que ensina matemática? Que procedimentos de cunho mais estritamente metodológico caberiam ser adotados?

Aqui cabe estabelecer mais uma hipótese de trabalho. A análise do material empírico reforçará ou lançará por terra tal hipótese. A que nos parece razoável admitir é a de que cada tempo histórico-pedagógico estabelece e sedimenta ideários de formação de professores, acentando-se sobre determinados consensos, vale dizer, sobre certos saberes considerados como importantes para a formação profissional dos professores, para o seu exercício profissional. O estabelecimento desses consensos, por meio de sua circulação e apropriação pelos diferentes atores (pesquisadores, professores, formadores, intelectuais etc.), considerados *experts*[13] neste projeto, promove

13 Constituem-se *experts* aqueles que se dedicaram com zelo, de ma-

a sua objetivação[14] e busca a sua institucionalização no rol dos saberes para a formação de professores.

Se assim é, cabe inventariar a documentação que melhor possa revelar o estabelecimento de determinados saberes numa dada época. A análise de toda uma documentação oficial do ensino, de manuais didáticos, de revistas pedagógicas, de cadernos escolares, dentre outros documentos, mostra-se como importante para tal investigação. A leitura e análise dessa documentação tem por objetivo capturar métodos, didáticas, orientações pedagógicas que poderiam ser lidas como integrantes do movimento de constituição de *saberes para ensinar* e *saberes a ensinar*[15]. O que deve o professor saber para ensinar matemática e que matemática ensinar?

A admissão de consensos sobre os saberes para formação de professores num dado tempo de modo algum exclui a análise das disputas que levam a esses consensos. E mais: se um dado consenso se estabelece tal não quer dizer que deixem de existir outras vozes, propostas alternativas que não ganharam sistematização e institucionalização. Ao contrário, disputas, mesmo veladas, revelam o movimento, a dinâmica de constituição dos saberes profissionais. A análise do material empírico assim, deverá estar guiada pela pergunta: que saberes foram considerados numa dada época como importantes para a formação de professores que ensinam matemática? A resposta a tal questão mostrar-se-á diferente para cada tempo histórico. Exemplo disso, como se viu, na brevíssima retrospectiva indicada neste texto, a partir de algumas décadas atrás, tem-se um rechaço dos componentes de formação curricular já estabelecidos historicamente, de modo que a formação de professores passasse a considerar novas bases, voltando-se para a necessidade de sistematização dos achados vindos das boas práticas pedagógicas. Tais achados foram caracterizados como conhecimentos dos professores, elementos subjetivados e mobilizados nas práticas pedagógicas. Por esse tempo, ao que parece, no intuito de crítica à ideia de que as rubricas estabelecidas para a formação de professores mostravam-se insuficientes para a formação desses profissionais – vale dizer, dos saberes disciplinares estabelecidos – todo um movimento de novas pesquisas empíricas, na sala de aula, com os professores, com grupos de docentes emergiu no intuito de caracterizar os novos saberes. No entanto, do ponto de vista histórico, os tempos vividos hoje, iniciados com esse movimento de quatro décadas atrás, mostra-se ainda no debate de buscas de consensos, ainda se assiste à elaboração de um inventário dos conhecimentos não assentados e institucionalizados como saberes de formação. Exemplo disso, no âmbito da matemática, tem-se ainda à cisão das rubricas consideradas duras, disciplinares da matemática, e outras consideradas de cunho não matemático, mas de caráter pedagógico, como os estágios, as práticas de ensino, que apesar de institucionalizadas não têm tido *status* epistemológico de *saberes para ensinar*, de *matemática para ensinar*. De outra parte, a profissionalização do professor que ensina matemática, em termos de sua constituição como educador matemático constitui vetor de transformação dos próprios saberes com tempo longo para serem sistematizados. Por certo, as rubricas de prática de ensino, de história da matemática, e mesmo aquelas consideradas duras, disciplinas matemáticas como Cálculo Diferencial e Integral, dentre outras, hoje vão ganhando caráter diferente, reorganizando-se, com a chegada de novos profissionais vindos dos cursos formadores de educadores matemáticos.

De todo modo, quando nos reportamos à história, à pesquisa histórica, temos a possibilidade de análise do movimento de consolidação e decantação de conhecimentos

neira sistemática, sobre uma base de saber da profissão docente por ela mesma, em outras palavras, inspetores, professores do ensino primário e do ensino secundário, diretores de escola constituíram-se, no final do século XIX e curso do século XX, em *experts* em razão de sua *expertise* profissional, a saber, por conhecerem perfeitamente o ofício docente, por nele se destacarem e serem legitimados (HOFSTETTER *et al.* 2013).

14 Ainda tornando mais precisa a noção de saber objetivado, cite-se Barbier (2014): "os saberes objetivados podem ser definidos como enunciados proposicionais, sujeitos a objetos de julgamento social que vão lhe dar registro de verdade ou de eficácia. Eles podem mesmo ser considerados duplamente como a seguir: de uma parte formaliza uma representação do real (diz algo sobre a realidade), de outra parte enuncia uma correspondência, um *link* entre essa representação e o objeto representado (a noção de verdade e a afirmação dessa correspondência)" (p. 9, tradução livre).

15 Por certo é importante ter em conta, ainda, uma literatura específica, já consagrada, clássica até, para amparar as análises dos diferentes tipos de documentação. Estudos como os de Faria Filho (1998) na orientação de análises sobre a legislação de ensino; pesquisas de Catani (1996) relativas às revistas pedagógicas; de Choppin (2004) sobre livros didáticos; de Mignot (2008) sobre cadernos escolares, dentre outros. Cabe também incluir junto a essas referências, os resultados obtidos de projetos anteriores do GHEMAT que sistematizaram estudos sobre diferentes documentos para a pesquisa, tais como Costa e Valente (2014), obra que considerou essencialmente os programas de ensino; Pinto e Valente (2016), estudo que levou em conta as revistas pedagógicas; Mendes e Valente (2017) cujas pesquisas privilegiaram os livros e manuais didáticos. Acrescente-se, também, o livro de Bertini, Morais e Valente (2017a) que aborda exemplos de procedimentos metodológicos para a pesquisa dos saberes *para* ensinar e *a* ensinar, considerando o tema dos "problemas matemáticos". E, ainda, o texto Bertini, Morais e Valente (2017b).

que, sistematizados, objetivam-se para, então, se tornarem saberes. Temos ainda a possibilidade de verificar embates que tiram de cena dadas convicções estabelecidas, certos saberes que passam a ser considerados ultrapassados e que dão lugar a novas propostas, a novos saberes que intentam figurar na formação profissional dos professores.

Em suma, o uso como hipótese teórica de trabalho das categorias *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar* faz avançar a compreensão dos movimentos de constituição dos saberes profissionais dos professores, dos saberes profissionais dos professores que ensinam matemática. O estudo dos processos de elaboração da *matemática a ensinar* e da *matemática para ensinar* e das dinâmicas que articulam tais saberes coloca em nível de superação as análises que congelam o saber matemático, cercando-o de didáticas especiais que não têm *status* epistemológico de saber. Faz-nos atentar de modo mais acurado para o movimento de produção e de transformação do saber profissional do professor que ensina matemática. Indica-nos que os denominados saberes pedagógicos, didáticos, representam uma etapa histórica de promoção do reconhecimento da constituição dos saberes profissionais. Avançam para além da ideia de que a formação é somatório de bom conhecimento matemático com didáticas específicas de conteúdos. Apontam para a necessidade de consolidação de rubricas na formação de professores que sejam objetivadas como saberes, *saberes para ensinar, matemática para ensinar*.

As hipóteses teóricas para o desenvolvimento da pesquisa advogam a existência de tempos históricos diferentes, com concepções próprias sobre formação de professores, sobre a matemática presente nessa formação, sobre a matemática que será ensinada. Noutros termos, a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* são categorias históricas. Conceitos-chave caracterizados num dado tempo histórico. Possíveis de serem estabelecidos por hipótese de trabalho, serem manejados teórica e metodologicamente tendo em conta a especificidade da formação de professores e da docência, garantida no período abordado pelo projeto. O invariante da *forma escolar* nesse período, considerando-se as reflexões postas nos estudos de Hofstetter e Schneuwly (2009), permite considerar que a formação de professores e o ensino escolar, na travessia dos tempos apresenta "a escola como lugar específico, separado de outras práticas sociais (o exercício da profissão em especial), ligado à existência de saberes objetivados"; "a pedagogização das relações sociais de aprendizagem, inseparável de uma escrituralização-codificação dos saberes e das práticas"; "a sistematização do ensino, produzindo efeitos de socialização duradouros (reprodução social)"; "a escola como lugar de aprendizagem de formas de exercício de poder, mediante normas supra pessoais às quais professores e alunos estão sujeitos"; "a instauração de uma relação escritural-escolar com a linguagem e com o mundo" (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2009; p. 10-11). Para todos esses invariantes característicos da forma escolar, ao longo dos tempos, o saber está presente. No primeiro invariante, explicitamente há os "saberes objetivados"; no segundo, "uma escrituralização-codificação dos saberes e práticas"; no terceiro, "a sistematização do saber"; no quarto, "normas supra-pessoais" e, finalmente, "uma relação escritural-escolar". Todos esses elementos remetem aos saberes objetivados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante dos inventários dos trabalhos sobre formação de professores de modo amplo e, ainda, considerando os estudos sobre a formação de professores que ensinam matemática, o Projeto Temático "A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990" propõe, de fato, uma ampliação de escala na pesquisa para tratar dos saberes profissionais do professor. Tal ampliação refere-se ao intervalo temporal a ser abarcado nos estudos. É importante considerar que processos de constituição de disciplinas, de saberes para a formação inicial, tem período de elaboração largo: décadas e décadas para sua constituição (OUTIER; PASSERON; REVEL, 2006; HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2014).

Por certo são legítimos os apontamentos de vários dos estudos mencionados sobre a necessidade de que os conhecimentos originários das pesquisas de campo possam ser transformados em saberes. De outra parte, numa amplitude temporal de análise de 20 anos ou pouco mais, caso da maioria dos estudos mencionados, são dificilmente perceptíveis os movimentos que levam à incorporação de conhecimentos em processos de sistematização e institucionalização disciplinar. Assim, uma perspectiva histórica, que alargue a escala temporal de observação e análise, poderá revelar como vem sendo constituído o saber profissional do professor, em particular, do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares. No citado projeto, um período de cem anos foi tomado para a realização das investigações. Compreende o final do século XIX – década de 1890, tempo de criação dos primeiros grupos escolares[16]; à época de constituição da Educação Ma-

16 Os grupos escolares foram criados inicialmente no Estado de São Paulo em 1893. Resultado de reunião de escolas isoladas, foram tais instituições portadoras de um novo modelo de organização escolar. Uma de suas principais características consistiu no seu funcionamento como escola graduada (SOUZA, 1998, 2004; VIDAL, 2006).

temática como campo de pesquisa, em finais da década de 1980[17]. Desse modo, tem-se a possibilidade de tratar, em específico, dos processos de produção da *matemática para ensinar* e da *matemática a ensinar*, bem como das dinâmicas que articulam, em cada tempo histórico, esses saberes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisas sobre formação de professores: tensões e perspectivas do campo. In: FONTOURA, Helena Amaral; SILVA, Marco (Org.). **Formação de professores, culturas:** desafios à Pós-graduação em Educação em suas múltiplas dimensões. *E-book* online. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUDESTE, 10, 2011, Anped Sudeste. Disponível em: http://www.fe.ufrj.br/anpedinha2011/sobre.html, p.24-36. Acesso em: 6 mar. 2017.

BARBIER, J.-M. **Savoirs théoriques et savoirs d'action**. Paris: PUF, 2014 [1996].

BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S.; VALENTE, W. R. **A matemática a ensinar e a matemática para ensinar – novos estudos sobre a formação de professores**. São Paulo: L F Editorial, 2017.

BORER, V. L. Les savoirs: un enjeu crucial de l'institutionnalisation des formations à l'enseignement. IN: Rita Hofstetter *et al.* **Savoirs en (trans)formation – Au cœur des professions de l'enseignement et de la formation**. Bruxelles: Éditions De Boeck Université, 2009, p. 41-58.

CATANI, D. A imprensa periódica educacional: as revistas de ensino e o estudo do campo educacional. **Educação e Filosofia**. v. 10, n. 20, p. 115-130, 1996. Disponível em: http://www.seer.ufu.br/index.php/EducacaoFilosofia/article/view/928/842 Acesso: 17 mar. 2017.

CERICATO, I. L. A profissão docente em análise no Brasil: uma revisão bibliográfica. **Rev. Bras. Estud. Pedagog**. [online]. 2016, vol.97, n.246, pp.273-289. ISSN 0034-7183. http://dx.doi.org/10.1590/S2176-6681/373714647.

CERTEAU, M. A operação historiográfica. IN: CERTEAU, M. **A Escrita da História.** Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 1982.

CHARTIER, R. A 'nova' História Cultural. IN: GARNICA, A. V. M. **Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil**. São Paulo: L. F. Editorial, 2016.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004.

COSTA, D. A.; VALENTE, W. R. (orgs.) **Saberes matemáticos no curso primário: o que, como e por que ensinar?** São Paulo: LF Editora, 2014.

COURA, F. C. F.; PASSOS, C. L. B. Estado do conhecimento sobre o formador de professores de Matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas, SP. V. 25, n. 1, 2017.

CUNHA, M. I. **O bom professor e sua prática**. Campinas: Papirus, 2005.

FARIA FILHO, L. M. A legislação escolar como fonte para a História da Educação: uma tentativa de interpretação. In: FARIA FILHO, L. M. (Org.). **Educação, modernidade e civilização**: fontes e perspectivas de análises para a história da educação oitocentista. Belo Horizonte: Autêntica, 1998. p. 89-125.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Orgs.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001-2012. Campinas: FE/UNICAMP, 2016. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf. Acesso em: 6 mar. 2017.

FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; LIMA, R. C. R.; CRECCI, V. M.; COSTA, M. C. O professor que ensina matemática como campo de investigação: um estudo do estado da arte. São Paulo, SBEM: **Anais do ENEM** 2016. Disponível em: http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/8102_4251_ID.pdf Acesso em: 25 de outubro de 2016.

GATTI, B. A. Formação inicial de professores para a educação básica: pesquisas e políticas educacionais. **Est. Aval. Educ**., São Paulo, v. 25, n. 57, p. 24-54, jan./abr. 2014.

GARNICA, A. V. M.; FERNANDES, D. N.; SILVA, H. da. **Entre a amnésia e a vontade de nada esquecer: notas sobre Regimes de Historicidade e História Oral.** *Bolema*, v. 25, n. 4, p. 213-250, 2011. Disponível em: http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514011.pdf Acesso em: 25 mar. 2017.

HOFSTETTER, R. *et al.* **Savoirs en (trans)formation – Au cœur des professions de l'enseignement et de la formation.** Bruxelles: Éditions De Boeck Université, 2009.

HOFSTETTER, R. et al. **La Fabrique des savoirs – figures et pratiques d'experts**. Genève: Éditions Médicine et Hygiène – Georg, 2013.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY. B. Disciplinarisation et disciplination consubstantiellement liées. Deux exemples prototypiques sous la loupe : les sciences de l'éducation et des didactiques des disciplines. IN: Balz Engler (Hrsg./Éd.) (2014). **Disziplin-Discipline**. Fribourg: Academic Press, 2014, p. 27-46.

17 Toma-se aqui, como referência, as datas 1987, de realização do I ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, bem como a criação, em 1988, da SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

OUTIER, J.; PASSERON, J.-C.; REVEL, J.; (Ed.). **Qu'est-ce qu'une discipline?** Paris: Editions EHESS, 2006.

MEGID, M. A. B. A. et al. Mapeamento da pesquisa paulista sobre o professor que ensina matemática: aspectos físicos e tendências metodológica e temática. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Orgs.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001-2012. Campinas: FE/UNICAMP, 2016. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf. Acesso em: 6 mar. 2017, p. 107-175.

MENDES, I. A.; VALENTE, W. R. (Orgs.). **A Matemática dos manuais escolares curso primário, 1890 - 1970.** 1ª.ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017

MIGNOT, A. C. V. (org.) **Cadernos à vista** – Escola, memória e cultura escrita. Rio de Janeiro: Editora da UERJ, 2008.

NACARATO, A. M. et al. Tendências das pesquisas brasileiras que têm o professor que ensina matemática como campo de estudo: uma síntese dos mapeamentos regionais. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Orgs.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001-2012. Campinas: FE/UNICAMP, 2016. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf. Acesso em: 6 mar. 2017, p. 319-350.

OLIVEIRA, F. D. HEMERA**:** sistematizar compreensões, possibilitar narrativas. 2013. 176 f. **Tese** (Doutorado em Educação para a Ciência). Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2013.

PINTO, N. B.; VALENTE, W. R. (orgs.) **Saberes elementares matemáticos em circulação no Brasil: dos documentos oficiais às revistas pedagógicas, 1890-1970**. São Paulo: L F Editorial, 2016.

PONTE, J. P. Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. IN: J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro, & H. A. Sá (Eds.). Investigar e formar em educação. **Actas do Congresso da SPCE** (pp. 59-72). Porto: SPCE, 1999.

SOUZA, R. F. **Templos de civilização. A implantação da escola primária graduada no Estado de São Paulo (1890-1910)**. São Paulo: UNESP, 1998.

VIDAL, D. G. (org.). **Grupos escolares. Cultura escolar primária e escolarização da infância no Brasil (1893-1971).** Campinas, SP: Mercado das Letras, 2006.

VIEIRA, C. R. O significado de "boas práticas" de ensino e sua interface com a docência universitária. **Tese** (Doutorado em Educação). Porto Alegre, RS: Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da PUC-RJ, 2016.

XAVIER, L. N. A construção social e histórica da profissão docente: uma síntese necessária. **Revista Brasileira de Educação**. V. 19, n. 59. out.-dez. 2014, p. 827-849. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v19n59/02.pdf . Acesso: 6 fev. 2017.

A COMPLEMENTARIDADE ENTRE A CRIAÇÃO E A DESCOBERTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Luiz Gonzaga Xavier de BARROS[1] e Sávio Mendes FRANÇA[2]

Submetido em 15/04/2017; Aceito em 15/05/2017

Resumo: Um dos questionamentos mais comuns na Educação Matemática e cuja discussão é de grande importância para o entendimento de como pode ocorrer o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos da Matemática é o seguinte: "A obtenção dos conhecimentos matemáticos ocorre por meio de um processo de criação ou por meio de um processo de descoberta". O objetivo deste artigo é auxiliar na elucidação deste questionamento apresentando uma interpretação de caráter epistemológico da relação dinâmica existente entre descoberta e criação na construção das teorias da Matemática, com o apoio do Princípio da Complementaridade na Educação Matemática.

Palavras-chave: Complementaridade, Descoberta. Criação. Pensamento Matemático. Educação Matemática.

Abstract: One of the most common questions in Mathematics Education and whose discussion is of great importance for the understanding of how the teaching and the learning of Mathematics can occur is the following: "Does the getting of mathematical knowledges occur through a creation process or a discovery process?" The goal of this article is to help in the elucidation of this question showing an epistemological character interpretation of the dynamic relation between Discovery and creation in the building of theories of Mathematics, with the support of the Principle of Complementarity in Mathematics Education.

Keywords: Complementarity. Discovery. Creation. Mathematical Thinking. Mathematics Education.

INTRODUÇÃO

O Princípio da Complementaridade, em linhas gerais, afirma que, às vezes, para caracterizar certos fenômenos ou conceitos é necessário apresentar características que, embora aparentemente contraditórias, se complementam para uma descrição completa. Foi formulado pela primeira vez pelo físico Niels Bohr, em torno de 1930, ao tentar descrever a natureza da luz. Bohr percebeu que somente a teoria ondulatória (a luz é uma onda contínua) não seria suficiente para explicar esse fenômeno. Em certas situações a teoria da massa (a luz é um conjunto enumerável de fótons) também se fazia necessária. Mostrava-se aí uma complementaridade entre situações contínuas e situações enumeráveis para explicar um fenômeno.

Depois disso, o termo *complementaridade* passou a ser usado também por diversos autores para tentar capturar os aspectos essenciais do desenvolvimento cognitivo e epistemológico de conceitos matemáticos e científicos (Otte and Steinbring, 1977; Kuyk, 1977; Otte, Keitel and Seeger, 1980; Otte, 1990, 1994; Douady, 1991; Sfard, 1991).

Michael Friedrich Otte foi um dos pioneiros a estudar a complementaridade na Educação Matemática desde a década de 70 do século XX. Seu livro *"O Formal, o Social e o Subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática"* (Otte, 1993a, 1993b) é um marco nessa área. No seu artigo de 2003, "*Complementarity, Sets and Numbers*" (OTTE, 2003), ele reapresentou de maneira atualizada o Princípio da Complementaridade na Educação Matemática (PCEM) como uma metodologia científica e filosófica muito eficaz para a interpretação de fatos ou conceitos da Matemática, da História da Matemática ou da Filosofia da Matemática por meio da interpretação de aspectos epistemológicos e cognitivos da construção do conhecimento matemático.

Neste artigo procuraremos explorar a complementaridade entre a *criação* e a *descoberta* na construção do

1 Doutor em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP) - Brasil. Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN).

2 Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN) – Brasil. Docente de Graduação na Universidade Santa Cecília (UNISANTA) e no Centro Paula Souza – FATEC Praia Grande (CPS)

conhecimento matemático.

No artigo *"Matemática e Linguagem"*, Otte e Barros (2015) procuram discutir, com o apoio da História, da Semiótica e da Filosofia, se a Matemática é uma linguagem ou se Matemática é uma ciência. Na introdução deste artigo, encontra-se como primeira hipótese:

> A Matemática é considerada uma linguagem, não pelos matemáticos de criação, mas nos contextos de suas aplicações nas ciências, na tecnologia, na Filosofia, na Lógica e na Educação Matemática. (OTTE e BARROS, 2015, p.1).

Como segunda hipótese:

> A Revolução Industrial causou uma enorme transformação no sentido de quase todos os nossos conceitos e palavras, e, por consequência, houve uma profunda mudança do status dos conhecimentos humanos e, em particular, das ciências. (OTTE e BARROS, 2015, p.1).

E, como terceira hipótese:

> A própria Matemática se desenvolveu como ciência, instrumento e campo de aplicação. (OTTE e BARROS, 2015, p.1).

Todas as três hipóteses são discutidas tendo como base os contextos histórico, semiótico e filosófico. Desta discussão, os autores concluem:

> Temos então, uma complementaridade entre objeto e instrumento ou método. Cada um dos dois influencia o outro. Com cada uso, um conceito, ou uma palavra, ganha novo sentido. Cada ampliação do sentido poderia facilitar novas aplicações, como aconteceu na interação entre geometria e aritmética. Dessa maneira, significado e uso são complementares. A linguagem poderia ser aplicada em novos campos e em novas aplicações, levando a novos significados. (OTTE e BARROS, 2015, p.13).

Devido ao fato de apresentar na sua estrutura, simultaneamente, características de ciência e de linguagem, a Matemática pode ser caracterizada como uma atividade semiótica. A relação dinâmica entre ciência e linguagem permite que situações da Educação Matemática possam ser estudadas epistemologicamente utilizando o PCEM. Por exemplo, a Matemática, vista como linguagem, apresenta duas formas: a linguagem geométrica e a linguagem algébrica, as quais são complementares, reflexo da complementaridade que existe na Matemática, vista como ciência, quando observamos a relação dinâmica entre a Álgebra e a Geometria.

SENTIDO E REFERÊNCIA

Vamos discutir agora o papel complementar que o sentido e a referência desempenham na caracterização de conceitos relacionados à Educação Matemática, isto é, que o sentido e a referência se enquadram dentro espírito estabelecido pelo PCEM.

As ideias expostas neste tópico estão baseadas no artigo *"Sobre o Sentido e a Referência"* de 1892 (FREGE, 2009) de Gottlob Frege (1848 – 1925), no qual, ele nos dá indicações sobre a importância destes conceitos filosóficos na Matemática e na Educação Matemática.

Frege inicia o artigo fazendo um estudo sobre a igualdade, questionando se ela é uma relação e se ela é uma relação entre objetos ou uma relação entre os nomes (ou sinais) desses objetos. Devido aos caminhos teóricos e conceituais que a Álgebra tomou, sabe-se atualmente que a igualdade é uma relação de equivalência, mas na época de Frege isto não era tão claro assim.

Assumindo que a igualdade é uma relação, ficaram as duas questões posteriores em aberto: ela é uma relação entre objetos ou entre nomes de objetos. Frege assumiu a última.

As suas razões decorreram do fato que se ele assumisse a primeira hipótese, as igualdades do tipo $a = a$ e $a = b$, que deveriam ter valores cognitivos diferentes, não os teriam, ou seja, $a = a$ teria o mesmo valor cognitivo de $a = b$, caso ela fosse verdadeira.

Frege percebeu que não se podem igualar objetos, mas sim os nomes (ou os sinais, ou as propriedades ou as características) dos objetos. Mesmo que dois objetos semelhantes tenham sido fabricados por uma mesma fábrica, numa mesma linha de produção, num mesmo horário e que tenham todas as características em comum, ainda assim, cada um desses objetos é único, e, portanto, não são totalmente iguais.

Por exemplo, duas cadeiras de madeira fabricadas por uma mesma empresa, do mesmo modelo e cor e que tenham sido fabricadas num mesmo dia, possuem estes sinais (características) iguais, mas não se pode afirmar que a madeira de ambas tenha vindo da mesma árvore e, mesmo que tivessem vindo da mesma árvore, elas foram feitas por pedaços diferentes de um mesmo tronco de madeira. Desta forma as cadeiras não são iguais de fato, mas os seus sinais (características) é que são iguais.

Outro exemplo que se pode dar sobre a igualdade é o fato de que uma pessoa, neste instante, não é a mesma pessoa que era ontem, nem fisicamente nem emocionalmente, pois no decorrer de um dia essa pessoa foi capaz de vivenciar novas experiências e aprendizados e certamente sofreu transformações físicas.

A igualdade entre objetos só é possível se um objeto for igualado a ele próprio no mesmo instante de tempo, isto é, tem o valor de $a = a$ e se b for apenas outro nome que o objeto a possui, então $a = b$ passa a ter o mesmo valor cognitivo. Desta forma, Frege passou a interpretar a igualdade como uma relação entre os sinais de um objeto, objeto esse que pode estar presente no mundo físico ou no mundo das ideias.

Frege dá um exemplo:

> Sejam *a, b, c* as linhas que ligam os vértices de um triângulo com os pontos médios dos lados opostos. O ponto de interseção de *a* e *b* é o mesmo que o ponto de interseção de *b* e *c*. Temos, assim, diferentes designações para o mesmo ponto, e estes nomes ("ponto de interseção de *a* e *b*" e "ponto de interseção de *b* e c") indicam também os modos pelos quais esses são apresentados. (FREGE, 2009, p. 130).

E acrescenta:

> É, pois, plausível pensar que exista, unido a um sinal (nome, combinação de palavras, letras), além daquilo por ele designado, que pode ser chamado de sua referência *(Bedeutung)*, ainda o que eu gostaria de chamar de o sentido *(Sinn)* do sinal, onde está contido o modo de apresentação do objeto. (FREGE, 2009, p.131).

Outro exemplo sempre citado é o seguinte: Os sentidos de "a estrela da manhã (Fósforo)" e "a estrela da tarde (Vésper)" são distintos, mas têm a mesma referência, "o planeta Vênus".

Obviamente, os objetos abstratos são de grande interesse deste trabalho, pois são assim os objetos da Matemática, os quais pelo fato de apenas existirem no universo do pensamento humano, somente podem ser acessados por meio de suas representações. Quanto maior a riqueza de representações de um mesmo objeto, maior será a sua compreensão e, por consequência, mais concreto ele se torna no aspecto cognitivo.

Assim, a referência é o objeto designado pelo sinal e o sentido de um sinal é a designação cognitiva ao qual o sinal está associado. Frege também observa que em um sistema perfeito, existe uma ligação entre sinal, sentido e referência, sendo que para cada sinal (propriedade, característica, etc..) está associado um sentido determinado e a este, está associada uma referência, ainda que exceções possam ocorrer.

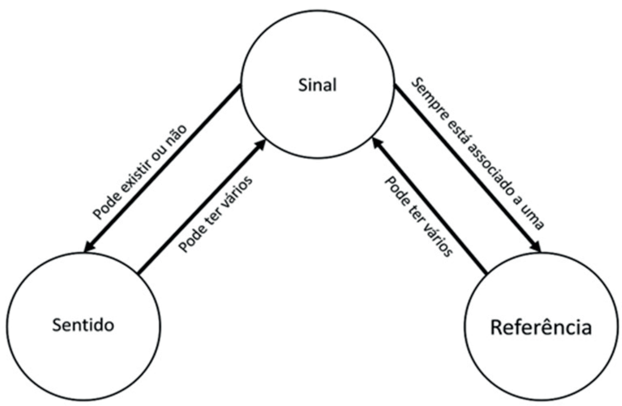
Uma referência pode estar associada a mais de um sinal, ou seja, pode estar associada a várias propriedades ou características diferentes. Por exemplo, a referência "número dois", pode estar associada ao sinal "menor número primo", ao sinal "número par entre 1 e 3" ou ser o "resultado da divisão de 8 por 4". Obviamente, nestes exemplos, os sentidos também são diferentes.

Existem casos em que um mesmo sinal pode ter sentidos diferentes, e isto pode ocorrer, pois pessoas diferentes interpretam um mesmo sinal de modo diferente, e até mesmo uma mesma palavra pode ter significado diferente numa mesma língua. Por exemplo, na língua portuguesa, a palavra manga pode ser uma fruta e pode ser a parte de uma camisa que envolve o braço. Para que o sentido de um sinal seja único é preciso deixar bem claro qual o contexto em que este sinal está inserido.

Existem sinais que possuem sentido, mas não possuem referência, como por exemplo, "o maior número existente" ou "o número real mais próximo de 4". Como consequência destes exemplos, também se tem que a existência de um sentido não significa a existência de uma referência. O que Frege (2009) afirma é que se um sinal for descrito ou formulado por uma expressão linguística de forma correta, então ele sempre terá um sentido.

Resumindo, uma referência pode possuir vários sinais, mas existem sinais sem referência. Um sentido sempre está associado a um sinal e um sinal sempre tem algum sentido. Um sentido não garante a existência de uma referência, mas uma referência está associada a pelo menos um sentido.

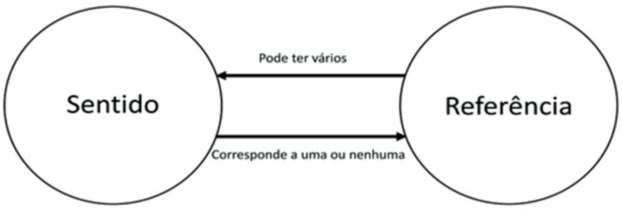
Figura 1: *A relação entre sinal, sentido e referência*



Fonte: FRANÇA, 2017.

O objeto ao qual se refere o sinal, se existir, é a própria referência e o sinal pode estar associado a vários sentidos, porém ele será único, desde que seja fixado o contexto. Assim uma referência pode corresponder a vários sentidos, mas um sentido pode corresponder, ou não, a uma única referência, desde que o contexto esteja claramente caracterizado. Esta relação dinâmica entre sentido e referência tem um grande valor cognitivo, tanto na compreensão dos objetos quanto na construção de novos objetos.

Figura 2: *A relação entre sentido e referência*



Fonte: FRANÇA, 2017.

A Matemática é extremamente rica em contextos que podem ser interpretados por meio dessa relação dinâmica entre o sentido e a referência, e o PCEM é uma das metodologias que permitem melhor estudar essa relação nos diversos contextos matemáticos.

DESCOBERTA E CRIAÇÃO

Quando se estuda o processo da construção do conhecimento matemático, nos deparamos com uma questão que tem grande importância na caracterização do aspecto epistemológico da Matemática: *Um determinado objeto da matemática foi obtido por meio de um processo de descoberta ou de criação?*

É possível reescrever essa mesma questão em outras palavras, de uma maneira que se pode expressar, mais claramente, o grau de importância de uma discussão filosófica sobre este assunto e o quão ela é importante, epistemologicamente, para a Educação Matemática: Os objetos matemáticos são invenções da mente humana ou já existem a priori?

É importante ressaltar que nesta seção investigar-se-á a construção do conhecimento matemático obtido, por meio do trabalho dos pesquisadores da área de Matemática. Não será abordado o processo de aprendizado do conhecimento matemático, muito embora a discussão que será feita nesta seção muito acrescenta e é de grande importância para o entendimento do processo de aprendizado matemático, por causa da afinidade entre construir conhecimento e aprender conhecimento.

A construção do conhecimento matemático muitas vezes apresenta características se assemelham com as de criação nas Artes e, muitas vezes com as de descoberta nas Ciências Naturais. No livro *"As ideias fundamentais da Matemática e outros ensaios"*, de Amoroso (1981), cita uma frase de Weierstrass sobre a Matemática e a Arte, afirmando que:

> Nunca será um matemático completo aquele que não for um pouco poeta. (AMOROSO, 1981, p.183).

E acrescenta a esta frase, os seguintes dizeres:

> A criação científica assemelha-se à criação artística muito mais do que em geral se pensa, sobretudo nas ciências abstratas... (AMOROSO, 1981, p.183).

Por outro lado, para comparar a Matemática com as Ciências Naturais, no mesmo livro, Amoroso (1981) afirma:

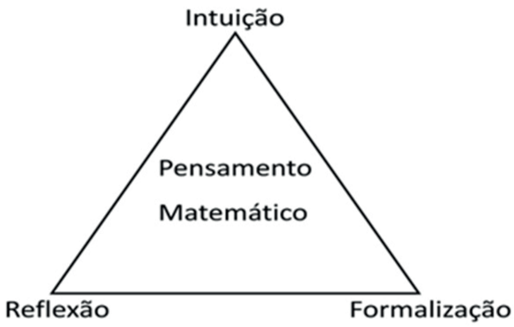
> Se a Matemática construída é o tipo da ciência racional, a Matemática em construção singularmente se assemelha às ciências experimentais. A pesquisa matemática faz constante apelo à imaginação geométrica, mecânica ou física, ao senso estético e, a analogias e induções de toda ordem. (AMOROSO, 1981, p.182).

Estas características fazem com que a Matemática, no seu processo construtivo, tenha sempre uma característica diferente quando comparada a cada uma delas, as Artes e as Ciências Naturais, pois a Matemática sempre tem as duas características que, individualmente, cada uma delas tem.

Para a compreensão da afirmação acima, é possível encontrar muitas pistas interessantes sobre a origem do pensamento matemático na História da Matemática quando se estuda as teorias já construídas, ou aquelas que estão em processo de construção. A construção de um novo conhecimento matemático é, em geral, muito complexa, ela pode envolver muitos estágios distintos que não estão sujeitos a regras previamente fixadas. Para facilitar a análise do tema, opta-se pela divisão do processo que envolve o pensamento construtivo matemático em três estágios que se relacionam dinamicamente entre si, são eles: a intuição, a reflexão e a formalização.

Devido à relação existente entre esses três estágios, a construção do conhecimento matemático, não segue um roteiro rígido, nem tão pouco uma ordem precisa. Um esforço para se estabelecer regras fechadas para este processo seria inútil, porém os três estágios escolhidos se relacionam dinamicamente entre si de forma cíclica e, por este motivo, podemos representá-los através da seguinte tríade.

Figura 3: *Tríade do pensamento matemático*



Fonte: FRANÇA, 2017.

Segundo Amoroso (1981), apesar de não existirem regras fixas, a intuição, em geral, vem em primeiro lugar, ela é a semente do conhecimento novo que germina na mente, não é possível precisar quando ou como ela se apresenta, mas ela surge de modo imprevisível e nem sempre uma intuição levará a mente humana a um novo conhecimento de fato. Amoroso (1981) ainda afirma:

> Porque a intuição é maravilhoso guia, mas um guia que se engana frequentemente. (AMOROSO, 1981, p.184).

Mesmo sabendo da possibilidade do insucesso através da intuição, muitas vezes é conveniente mergulhar novamente no mundo da intuição, qualquer que seja o momento do processo construtivo do conhecimento matemático, sem que haja algum tipo de conflito com qualquer outra etapa do raciocínio.

A reflexão é uma espécie de filtro da intuição, ela tenta dar ordem ao caos que a intuição pode levar. Os primeiros passos da reflexão devem ser acompanhados de uma lógica racional ou de pequenos experimentos mentais, por mais simples que eles sejam, eles guiarão o pensamento na investigação das intuições, dando sentido às ideias e estabelecendo os caminhos a serem percorridos.

Em geral, durante o momento de reflexão existirá uma relação dinâmica entre experimento mental e lógica racional. Além disso, na investigação de uma intuição durante o processo de reflexão, certas doses de abstração e de persistência são sempre encontradas. A abstração encaminha a mente a estágios mais elevados da imaginação enquanto que a persistência alimenta o pensamento humano, mantendo-o no caminho, ou até mesmo, estimulando-o quando ajustes forem necessários.

A compreensão do conhecimento novo pode acontecer a qualquer momento do processo de pensamento matemático, percebe-se que a construção do conhecimento matemático depende de ideias que podem surgir na mente em momentos inusitados. Por este motivo, por muitas vezes, a compreensão de um objeto matemático pode aparecer repentinamente na mente do pesquisador ou até em momentos nos quais o pesquisador deixará de lado o seu trabalho.

Embora a compreensão possa acontecer aleatoriamente, em geral, ela ocorre nos momentos finais do processo de reflexão. A compreensão traz clareza para o espírito e iluminação para a mente do pesquisador, além de trazer o sentimento de alegria em relação conhecimento novo em construção. Com certeza compreensão não ocorre no estágio inicial, ela vem sempre depois da intuição, Amoroso afirma:

> Sem pretender que haja uma oposição de fundo entre a ordem intuitiva e a ordem racional, de cuja harmonia nasce a obra de ciência, pode-se dizer que o espírito vê antes de compreender. (AMOROSO, 1981, p.181).

No que se refere à construção e à evolução da teoria dos Números Complexos, por exemplo, percebe-se que a sua compreensão ocorreu muitos anos depois do início da sua construção, pois foi somente após municiar toda essa teoria de definições formais, de propriedades operatórias devidamente demonstradas e de uma representação geométrica que evidenciasse todas as suas propriedades que ela se tornou mais acessível e compreensível para a comunidade matemática de sua época.

Existem objetos da Matemática que são aceitos através de analogias, comparações ou induções, porém existem outros que dependem de uma dedução racional, de uma construção que o defina ou, até mesmo, de uma demonstração que prove a sua veracidade. Em ambos os casos, esses objetos, precisam passar um processo que impõe um senso de rigor à Matemática: a formalização.

Durante o processo de formalização do conhecimento matemático é dedicado um grande esforço na busca do rigor matemático. A escrita das definições e representações algébricas ou geométricas, as demonstrações de regras e propriedades, entre outros, fazem parte deste estágio.

A Geometria Euclidiana, por exemplo, para a sua formalização, recorre a objetos geométricos elementares o ponto, a reta e o plano, apresentados de um modo que faz apelo à intuição através de analogias ou comparações. Após a aceitação intuitiva desses objetos elementares, um conjunto inicial de axiomas e postulados pode ser construído.

Por outro lado, a formalização dos demais conteúdos de Geometria que se apoiam na Geometria Euclidiana, recorre à utilização do conjunto de informações iniciais desta para definir racionalmente os seus objetos e demonstrar suas regras e propriedades.

Percebe-se que, munido de definições simbólicas que fazem apelo à intuição, através de analogias, de comparações ou de induções, o pesquisador escreve novas definições e representações e, vai ordenando as suas ideias, constrói um conjunto regras e propriedades demonstradas harmoniosamente a partir das definições dadas inicialmente, constituindo assim, uma estrutura onde prevalece um rigor estético e formal que é característico e incomparável: o rigor matemático. Amoroso (1981) afirma:

> Ora, examinando o conceito de rigor matemático – questão de primordial importância em uma crítica do valor da ciência – nós chegaremos à conclusão de que nunca se atinge senão um rigor relativo. (AMOROSO, 1981, p.184).

Decorre da discussão realizada até o momento, que, na construção do conhecimento matemático, a intuição simboliza o início de um processo enquanto que a formalização simboliza o seu completamento.

Enquanto que na intuição, e em grande parte da reflexão, a Matemática pode apresentar características das Ciências da Natureza quando existe uma utilização maior da contemplação, da imaginação e da abstração, é na formalização e no final da reflexão que a Matemática se assemelha mais à Arte, pois existe uma beleza intrínseca na forma com que as definições são apresentadas. As demonstrações de regras e propriedades apresentam uma estética geniosamente organizada e, além disso, toda essa estrutura construída deve ser harmoniosamente apresentada.

É importante salientar que o processo de construção do conhecimento matemático não possui regras rígidas, podendo ocorrer a cada instante, e repetidamente, novos momentos de intuição, reflexão e formalização, pois a cada momento uma nova intuição pode surgir e um novo processo construtivo pode ser desencadeado, gerando subprocessos dentro de um grande evento.

A História mostra que a Matemática acumulou o seu conhecimento aos poucos e, geralmente, por meio de pequenos resultados de cada vez. É um processo dinâmico, onde um pequeno resultado pode influenciar e motivar a construção de outro resultado maior que o primeiro e assim por diante, novos resultados podem ser encontrados, criando toda uma teoria, porém isto pode demorar anos, décadas ou até séculos.

O entendimento de como a descoberta e a criação atuam dentro de cada um dos estágios do pensamento matemático (intuição, reflexão e formalização) é facilitado pela compreensão da complementaridade existente elas.

A palavra descoberta está ligada à ideia de buscar, procurar e encontrar. Além disso, a descoberta é uma característica intrínseca das Ciências da Natureza. Observa-se que existe uma ligação entre a intuição e o aspecto contemplativo e empírico encontrado nas Ciências da Natureza.

Os objetos da Matemática afloram na mente de um modo diferente de quando se impõe a eles uma lógica dedutiva. A intuição é o primeiro passo, ela pode acontecer espontaneamente na mente através da contemplação de fatos ou como consequência de pequenos experimentos mentais feitos com auxílio de conhecimentos já adquiridos anteriormente.

Desta forma, é como se a intuição encontrasse algo, que já existia *a priori* e, que simplesmente, ninguém havia pensado nesse assunto. Com frequência, no estágio da intuição a mente busca, procura e encontra, às vezes até sem querer, evidências de novos fatos.

Percebe-se que na construção do conhecimento matemático, quando se tem como referência a intuição, encontra-se com maior ênfase o sentido de descoberta.

Por outro lado, a palavra criação está ligada ao sentido de invenção, de ineditismo. As Artes, em particular, pelo seu aspecto criativo, apresentam essas características.

No estágio da formalização, o objeto matemático passa por um tratamento lógico racional com o objetivo de apresentar um aspecto mais concreto. A sua estrutura passa a ser constituída por um grande número de definições formais, por regras e propriedades rigorosamente demonstradas e por uma boa quantidade representações algébricas e geométricas, apresentando uma bela harmonia entre todos os seus elementos.

Observa-se que o estágio da formalização possui uma grande ligação com as Artes devido à beleza existente na forma esteticamente rigorosa de suas definições e demonstrações e, ainda, no formalismo da Matemática, o pesquisador inventa definições e escreve demonstrações inéditas.

Desta forma, percebe-se que na construção do conhecimento matemático, quando se tem como referência a formalização, encontra-se com maior ênfase o sentido de criação.

No estágio da reflexão podem-se encontrar características comuns a ambas, descoberta e criação.

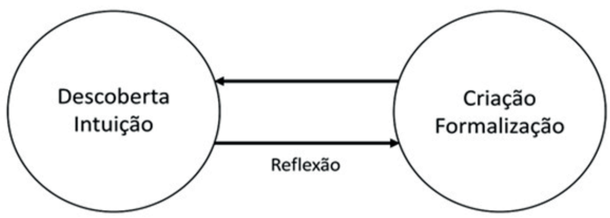
Observamos, também, que durante a reflexão de uma intuição, o pesquisador pode descobrir resultados através de experimentações mentais (descobertas) ou pode inventar soluções por meio de um raciocínio lógico (criação), tudo isto ainda sem dar um aspecto formal ao objeto matemático.

Além disto, tanto pela experimentação quanto pelo uso de uma lógica racional, o pesquisador pode, a qualquer instante, ser levado à compreensão de um determinado objeto matemático em processo de construção.

Neste momento, é como se o pesquisador alternasse entre o processo de descoberta e o de criação. Percebe-se, então, que se o estágio de reflexão na construção de objetos da Matemática é tomado como referência, encontra-se tanto o sentido de descoberta como o de criação.

Essa alternância entre as características de descoberta e criação no processo de construção do conhecimento matemático, por muitas vezes, torna difícil uma caracterização ou distinção entre elas no contexto como um todo. Percebe-se com isto, que descoberta e criação são características intrínsecas que coexistem simultaneamente neste processo.

Figura 4: *A relação entre descoberta e criação na Matemática*



Fonte: FRANÇA, 2017.

Obviamente, a construção de conhecimento matemático pode apresentar separadamente características de descoberta e criação, quando as referências são os três estágios do conhecimento. Porém descoberta e criação se relacionam dinamicamente entre si dentro de todo o processo, formando assim, uma complementaridade na Educação Matemática.

Finalizamos ressaltando que o entendimento de como ocorre a construção do conhecimento matemático, poderá também ter grande influência na discussão das questões relativas à obtenção do conhecimento matemático através do aprendizado, por causa das relações dinâmicas existentes entre construir conhecimento e aprender conhecimento, olhadas através do PCEM. Porém uma discussão sobre essa relação dinâmica e de como ocorre o aprendizado do conhecimento matemático é assunto para outros artigos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

AMOROSO. M. C. (1971). As Ideias Fundamentais da Matemática e outros ensaios. São Paulo: Edusp.

DOUADY, R. (1991). Tool, object, setting, window. In A. Bishop, J. van Dormolen and S. Mellin-Olsen (eds.), Mathematical Knowledge: Its Growth Through Teaching. Dordrecht:Reidel. pp. 109–132.

FRANÇA, S. M . (2017). Um Estudo sobre Complementaridades Presentes na Construção da Teoria dos Números Complexos. Tese de Doutorado. Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN). São Paulo/SP.

FREGE, G. (2009). Lógica e Filosofia da Linguagem. 2ª. edição. São Paulo: Edusp. ISBN 978-85-314-1180-9.

KUYK, W. (1977). Complementarity in Mathematics. Dordrecht: Reidel. ISBN 90-277-0814-2

OTTE, M., BARROS, L. G. X. (2015). Matemática e Linguagem. Caminhos da Educação Matemática em Revista (online), v. 3, n. 1. ISSN 2358-4750.

OTTE, M., KEITEL, C. and SEEGER, F. (1980). Text, Wissen, Tätigkeit. Königstein: Scriptor.

OTTE, M. and STEINBRING, H. (1977). Probleme der Begriffsentwicklung – zum Stetigkeitsbegriff. Didaktik der Mathematik. 1, p. 16–25.

OTTE, M. (1990). Arithmetic and Geometry - Some Remarks on the Concept of Complementarity. Studies in Philosophy and Education. 10, 37–62.

OTTE, M. (1993a). Das Formale, das Soziale und das Subjektive : eine einführung in die Philosophie und Didaktik der Mathematik. Suhrkamp Verlag: Frankfurt. ISBN: 9783518287064.

OTTE, M. (1993b). O Formal, o Social e o Subjetivo: uma introdução à Filosofia e à Didática da Matemática. São Paulo: Editora da Unesp. ISBN 85-7139-049-5.

OTTE, M. (2003). Complementarity, Sets and Numbers. Educational Studies in Mathematics. v. 53, p. 203-228.

SFARD, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions. Educational Studies in Mathematics. 22, 1–36.

A PRIMEIRA AVALIAÇÃO OFICIAL DE LIVROS DIDATICOS NO BRASIL: UM RECORTE SOBRE AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO[1]

Danielly Kaspary[2] e Marilena Bittar[3]

Submetido em 10/05/2017; Aceito em 10/05/2017

Resumo: O ano de 1994 marca o início das avaliações de livros didáticos pelo governo brasileiro, que acontecem ainda nos dias de hoje pelo Programa Nacional do Livro Didático. Quis-se, naquele momento, detectar as falhas mais graves dos textos de Matemática destinados aos anos iniciais e construir parâmetros que definiriam "um bom" livro didático, levando em conta as pesquisas em Educação Matemática. O resultado dessa avaliação foi publicado no documento oficial "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos". Esse artigo resulta do estudo desse documento, com foco nas propostas para o ensino das operações de adição e subtração. A intenção é de identificar possíveis vulgatas presentes em obras antes do então processo avaliativo. A teoria antropológica do didático, nesse estudo, nos permitiu interrogar as escolhas matemáticas e didáticas dos autores dos livros didáticos e compreender certos aspectos dessa avaliação promovida pelo Estado.

Palavras-chave: Praxeologia ; PNLD ; Campo Aditivo ; Documentos oficiais; Didática da Matemática.

Abstract: The year 1994 marks the beginning of evaluations of textbooks by the Brazilian government, which still happen today through the National Textbook Program. At that moment, we wanted to detect the most serious failings of the mathematical texts destined for the initial years and to construct parameters that would define "a good" didactic book, taking into account the researches in Mathematical Education. The result of this evaluation was published in the official document "Definition of Criteria for Evaluation of Didactic Books". This article results from the study of this document, focusing on the proposals for the teaching of addition and subtraction operations. The intention is to identify possible vulgate present in works before the then evaluation process. The anthropological theory of didactics in this study allowed us to question the mathematical and didactic choices of textbook authors and to understand certain aspects of this evaluation promoted by the State.

Keywords: Praxeology ; PNLD ; Additive field; Official documents; Didactics of Mathematics.

1 Esse artigo faz parte do trabalho de tese da primeira autora, desenvolvido sob as co-orientações de Marilena Bittar e Hamid Chaachoua.

2 Danielly Regina Kaspary dos Anjos está atualmente em processo de doutoramento em regime de cotutela Brasil-França, pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) e pela Université Grenoble Alpes (UGA). Email: kaspary.d@gmail.com

3 Doutora em Didática da Matemática, professora titular do Instituto de Matemática, UFMS. Coordenadora do GT14: Didática da Matemática, da SBEM. Email: marilenabittar@gmail.com

APRESENTAÇÃO

O estudo de condições e restrições para que um determinado saber viva em uma *instituição* está no âmago do interesse da *Didática*[4] (Chevallard, 2011). Em meio aos interessados, somos aquelas particularmente curiosas sobre os saberes que habitam nos livros didáticos brasileiros.

Um quadro teórico em especial tem nos munido de várias noções importantes para compreender aquilo que podemos ler nas páginas de um livro: a teoria antropológica do didático (Chevallard, 1998). A potência desse *microscópio eletrônico*[5] foi sentida em várias pesquisas realizadas pelo grupo de Estudos em Didática da Matemática - DDMat[6], como mostrado em Bittar (2017).

Aqui, o exercício analítico que propomos é um tanto diferente, uma vez que não realizamos a análise de livros didáticos. Nossa proposta é o estudo de um documento oficial que discorre sobre livros didáticos brasileiros para *conhecer* os livros didáticos. É como conhecer *Maria* por meio do que *João* diz de *Maria*; o que só é possível de ser feito se damos legitimidade ao que *João* diz. A riqueza desse movimento analítico está em conhecer também *João* - ou seja, os discursos do Estado sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática.

CONTEXTO

Políticas públicas voltadas aos livros didáticos têm feito história na educação brasileira. São mais de 80 anos de ações específicas do Estado para a compra, o uso e a distribuição desses materiais para as escolas públicas do país. Entretanto, durante cerca de 5 décadas esse processo não incluía qualquer tipo de avaliação pedagógica das obras distribuídas aos estudantes. Foi na década de 1990 que ocorreu a primeira avaliação dessa natureza, destinada particularmente aos materiais produzidos para os anos iniciais do ensino fundamental. Desde então os livros didáticos são submetidos periodicamente a um processo avaliativo e apenas aqueles aprovados podem ser adquiridos sem restrição pelas escolas públicas do país. Essa avaliação faz parte do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD – e é de responsabilidade do Ministério da Educação[7].

O resultado da primeira avaliação foi publicado no documento intitulado *'Definição de Critérios para Avaliação dos Livros* Didáticos', no ano de 1994. Consideramos esse texto oficial um dos mais emblemáticos para aqueles aventurados a compreender esse processo avaliativo. Além de representar um marco de um *assujeitamento* mais diretivo dos livros didáticos àquilo que o Estado preconiza como uma educação de qualidade, a avaliação, nesse texto, é apresentada de maneira audaciosa. O melindre nas críticas é esquecido diante de um franco desabafo dos avaliadores sobre obras – ao menos é isso que é possível notar no texto produzido pela equipe de Matemática.

> Mesmo levando em conta que não há livro didático perfeito, e que um professor bem preparado tem condições de suprir as deficiências do texto, o qual é um roteiro, um apoio, mas que nunca substituirá o interesse, empenho e competência do professor, a equipe responsável pela análise surpreendeu-se com a baixa qualidade dos textos, com a repetição dos mesmos erros em quase todas as coleções, com o descaso mostrado em ilustrações mal feitas ou borradas, linguagem descuidada ou errada, e desrespeito com a inteligência da criança, quando lhe apresentam pseudo-motivações ridículas ou sem sentido. (BRASIL, 1994, p. 61)

O que torna esse documento também muito importante é que temos, unicamente nele, a apresentação das coleções consideradas não recomendadas. Em todas as avaliações posteriores, no documento final disponibilizado ao público, somente aparecem as resenhas das coleções aprovadas[8], não sendo fornecida qualquer informação de identificação de obras avaliadas e reprovadas.

O QUE DOCUMENTOS OFICIAIS TÊM A NOS DIZER: UMA BREVE LEITURA TEÓRICA

A leitura e análise de documentos, no nosso caso do relatório de avaliação de obras didáticas, pode ser feita sob diversos vieses teóricos e metodológicos. Nós o fazemos utilizando a teoria antropológica do didático (Chevallard, 1998).

4 Didática como ciência e campo de pesquisa.

5 Metáfora proposta por Bittar (2017) para expressar as miudezas – essenciais, que muitas vezes nos escapam – que são identificadas ao colocarmos em prática essa abordagem teórica para a análise de livros didáticos.

6 http://grupoddmat.pro.br/

7 De 1994 a 2017 a coordenação do processo avaliativo era de responsabilidade de uma universidade, escolhida por meio de edital, e as avaliações eram realizadas por educadores de diversas partes do país e atuando nos diversos níveis de escolaridade. Em 2017 ocorreram mudanças na organização do PNLD e a coordenação passou a ser responsabilidade do Ministério da Educação e não mais de universidades.

8 Ao leitor interessado em conhecer um pouco mais das avaliações realizadas, indicamos a leitura dos relatórios de avaliação produzidos pelas equipes responsáveis pelo processo avaliativo, os Guias do Livro Didático, acessíveis na página *http://portal.mec.gov.br* .

Uma noção axial e bastante difundida entre os praticamente dessa abordagem teórica é a noção de praxeologia. Para nós, a praxeologia é um modelo que nos permite descrever *a anatomia* de uma atividade matemática (CASABÒ, 2001), em função de quatro elementos: tipo de tarefas T, técnica τ, tecnologia θ e teoria Θ.

De maneira sumária[9], uma atividade humana - que ora pode ser uma atividade matemática - consiste em realizar uma *tarefa* t, que por sua vez faz parte de um universo de tarefas sensivelmente comuns, o qual denominamos por *tipo de tarefas* T - t $\in$ T. A *técnica* t é aquilo que nos permite realizar essa tarefa. A *tecnologia* q consiste em um discurso lógico que dá legitimidade à técnica. E a teoria é aquilo que aporta de maneira mais ampla solidez à tecnologia.

O quarteto praxeológico, c , tornou-se um instrumento potente para *desenhar* aquilo que encontramos nos livros didáticos. Um desenho que realça aspectos importantes de como o estudo de um certo objeto é proposto pelos autores das obras. No entanto, ao nos depararmos com os documentos oficiais produzidos pelo Estado, nem sempre conseguimos identificar com clareza esses quatro elementos. Isso ocorre por não ser objetivo da avaliação ir até esse nível de granularidade. Felizmente isso não ocorre, pois se assim fosse estaríamos diante de uma *cristalização praxeológica*, na qual o Estado decidiria exatamente quais tipos de tarefas, técnicas, e entorno tecnológico-teórico deve ou não ser ensinado nas escolas.

O que encontramos nos documentos oficiais permanece, normalmente, em um plano mais geral sobre a vida de determinados objetos que devem ser estudados, ou não, em uma instituição escolar. Em outras palavras, o Estado produz discursos que anunciam algumas condições e restrições que permitem que algumas praxeologias vivam, ou não, nos livros didáticos, ou ainda nas salas de aula do país. A leitura desses documentos possibilita-nos, então, imaginar um universo vasto de praxeologias que potencialmente possam vir a existir e, de maneira mais precisa, permite reconhecer aquelas que são consideradas impróprias por essa instituição da noosfera[10], uma vez que não respeitam minimamente as condições e restrições estabelecidas[11]. A análise apresentada mais adiante permitirá ilustrar essa dinâmica.

É nessa perspectiva, com o estudo do documento oficial produzido em 1994, que conheceremos o que era apresentado nos livros didáticos utilizados no país no momento da avaliação e, sobretudo, que conheceremos o que os avaliadores tinham a dizer acerca do material avaliado. No entanto, sabemos que estaremos mais propensas a identificar aquilo que Chervel (1990) batizou por *vulgatas* – uma homogeneidade em relação aos conceitos ensinados, às terminologias utilizadas, à maneira como o estudo é organizado e até mesmo em relação aos exemplos e exercícios propostos, que pouco se diferem de uma obra para outra. Assumimos o risco de construirmos, então, uma versão caricata das propostas de ensino da época ao reduzirmos esses materiais às suas vulgatas. Mas isso é tomado aqui de maneira consciente e deve ser levado em conta também pelo leitor. Aliás, caricaturas colocam em evidência os traços mais intensos de uma face e, no nosso caso, reforçam aquilo que uma parte da noosfera tinha a dizer sobre as obras analisadas – o que responde efetivamente ao objetivo desse texto.

Nesse artigo, assim como também é objeto de análise da tese em curso, nossa atenção é voltada às operações de adição e subtração.

ESTUDO DE CASO: AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

São poucas as coleções analisadas em 1994 que não ganharam na redação de sua avaliação o atributo de apresentarem as quatro operações aritméticas *rigidamente*. Trata-se de uma abordagem que: compartimenta o estudo de cada uma das quatro operações; valoriza o ensino de propriedades e de *técnicas* canônicas de resolução; desconsidera a pluralidade de *tipos de tarefas* que permitem dar sentido às operações; e nessas condições o sujeito, *na posição de aluno*[12], assume o papel de expectador e reprodutor do que é proposto institucionalmente.

Buscando compreender um pouco mais esse cenário, cinco aspectos nos chamaram a atenção pela sua recorrência na maior parte das 16 coleções avaliadas: traços que sinalizam possíveis vulgatas.

A seguir faremos uma apresentação desses cinco aspectos. Felizmente contaremos com alguns excertos de

9 Essa descrição não permitirá ao leitor a compreensão desse modelo; permitirá apenas conhecer um vocabulário que utilizaremos ao longo do texto. Para um estudo mais aprofundado indicamos Chevallard (1998).

10 Noosfera é um conceito também discutido no âmbito da teoria antropológica do didático (CHEVALLARD, 2002), que consiste, em síntese, na parte da sociedade que tem certo poder de legitimar escolhas voltadas ao sistema de ensino.

11 Para o leitor que pretende desbravar um pouco mais essas ideias, é importante dizer que estamos aqui apoiadas sobre as problemáticas *possibilística e impossibilística* discutidas por Chevallard (2011).

12 Na teoria antropológica do didático, uma posição em uma instituição coloca em jogo maneiras de fazer e de pensar próprias. (CHEVALLARD, 2003)

livros didáticos que ilustraram, no documento oficial, a avaliação realizada pelo Estado[13].

1) A organização didática dos tipos de tarefas e sua função para o estudo das técnicas

> [...] a análise praxeológica exige uma análise didática. Elucidar o que tal instância "conhece" - o que inclui seu equipamento praxeológico - pressupõe, em muitos casos, uma análise genética que revela como ela aprendeu e, portanto, uma análise didática - de quem ela aprendeu, e como, em que condições? (CHEVALLARD, 2011, p. 04, tradução nossa)[14]

O livro didático, como material representativo de uma parte da noosfera, propõe, para além de praxeologias matemáticas, uma maneira de estudá-la. Considerando que essas escolhas didáticas acarretam em implicações na aprendizagem, a avaliação de 1994 também analisou esse aspecto.

Um dos resultados dessa avaliação foi a identificação de uma cultura de organizar listas de *tarefas* de um mesmo *tipo,* objetivando a prática de uma mesma operação aritmética. Algumas dessas listas recebiam títulos ou estavam em capítulos que indicavam a operação a ser realizada. Essa escolha didática não era exclusividade dos tipos de tarefas "descontextualizados", como "calcular 23 + 56", mas ocorria também naqueles tipos em que 23 e 56 representam algo e compõem juntos um contexto. Por consequência, foi observado o uso de um vocabulário pouco criativo que se agravava pelo fato de as palavras serem apresentadas normalmente em uma mesma ordem.

Sob a ótica dos *momentos de estudo,* discutido por Chevallard (1998)[15], podemos dizer que a organização didática se resumia em grande parte no quarto momento: aquele destinado ao trabalho e aperfeiçoamento da técnica. Essa supervalorização recai sobre o incentivo em seguir instruções e mecanizar procedimentos, o desprezo a técnicas espontâneas, pessoais e usuais dos alunos em virtude de uma apresentação prematura de técnicas operatórias sistematizadas, como os algoritmos usuais das operações.

2)Heranças do Movimento Matemática Moderna

> Embora os textos já estejam abandonando os exageros sobre a teoria dos conjuntos existentes há alguns anos, muitos deles ainda apresentam uma ênfase inútil sobre este assunto. Em verdade, no primeiro grau, sua linguagem é totalmente dispensável. A abstração de conceitos como o de conjunto vazio não torna esta linguagem apropriada à maturidade dos alunos. Por outro lado, o emprego de conceitos mais simples, como o de união de conjuntos não tem nenhuma utilidade essencial. Somente no fim do século XIX é que o homem estabeleceu explicitamente a conexão entre o processo de contagem e a teoria dos conjuntos. (BRASIL, 1994, p. 58)

Na avaliação de 1994 observou-se que as obras ainda carregavam vários legados provenientes do Movimento Matemática Moderna. O empenho em fazer uso de ideias e ostensivos[16] próprios da Teoria dos Conjuntos era recorrente nesses materiais. Essa forte herança recebeu críticas duras ao longo de todo o documento, como ilustraremos a seguir.

Tarefas de contagem[17] habitualmente estão presentes entre os primeiros contatos formais e informais do princípio aditivo de somar de um em um. A essas tarefas, em muitas obras, eram incorporadas outras noções, como a de conjunto e a de numeral. O uso do ostensivo diagrama, classicamente usado para representar conjuntos, é mar-

13 Essa é outra característica deste documento que não mais esteve presente em outros Guias do PNLD.

14 « [...] l'analyse praxéologique appelle l'analyse didactique. Élucider ce que telle instance «sait» - ce que contient sont équipement praxéologique - à tel propos suppose en bien des cas à une analyse génétique révélant comment elle a appris, et donc une analyse didactique - de qui a-t-elle appris, et comment, dans quelles conditions ? » (CHEVALLARD, 2011, p. 04)

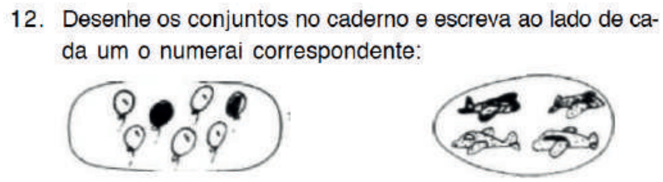
15 "Comme toute organisation praxéologique, une organization didactique s'articule en types de tâches (généralement coopératives), en techniques, en technologies, en théories. Mais comment décrire une telle organisation ? Quels en sont par exemple les principaux types de tâches ? On ne saurait s'attendre à ce que la (re)construction, au cours d'un processus d'étude, d'une organisation mathématique donnée soit elle-même organisée d'une manière unique. Mais on s'aperçoit pourtant que, quel que soit le cheminement de l'étude, certains types de situations sont nécessairement présents, même s'ils le sont de manière très variable, tant au plan qualitatif qu'au plan quantitatif. De tels types de situations seront appelés ici moments de l'étude ou moments didactiques parce qu'on peut dire que, quel que soit le cheminement suivi, il arrive forcément un moment où tel ou tel « geste d'étude » devra être accompli : où, par exemple, l'élève devra « fixer » les éléments élaborés (moment de l'institutionnalisation) ; où il devra se demander « ce que vaut » ce qui s'est construit jusque-là (moment de l'évaluation) ; etc." (CHEVALLARD, 1998, p. 19)

16 « Nous parlerons d'objet ostensif – du latin ostendere, « montrer, présenter avec insistance » – pour nous référer à tout objet ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible. » (BOSCH e CHEVALLARD, 1999, p. 10)

17 Que podem ser modeladas pelo tipo de tarefa: *enumerar uma coleção de objetos*. Esse tipo de tarefa passa a viver como ingrediente de técnicas para se descobrir a quantidade de elementos da união de duas coleções.

ca emblemática também nessas situações. Atentamos ao fato que essa escolha traz à essa atividade matemática todo um arsenal tecnológico-teórico significativo: um exemplo claro de excesso de formalismo, uma vez que a técnica utilizada sobreviveria sem prejuízo conceitual.

Figura 1 : Tarefa de contagem

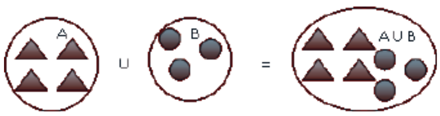


Fonte: “Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos” (BRASIL, 1994, p. 191)

Observou-se ainda, em alguns livros didáticos, a intenção de estabelecer relações entre *operações entre conjuntos* e *operações entre números*. Nesse sentido, o conceito de união de conjuntos servia como aporte tecnológico à operação de adição. No excerto encontrado de um livro didático, transcrito a seguir, a condição dos conjuntos serem disjuntos é mostrada apenas ostensivamente.

Figura 2: Transcrição de um excerto sobre a definição de adição

Observe:



O número de elementos do conjunto A é 4; o número de elementos do conjunto B é 3.

n{A} = 4   n{B} = 3

O número de elementos da união de A e B pode ser representado por:

n{A} + n{B} = n{A U B}

4 + 3 = 7

A operação realizada {4 + 3 = 7} chama-se adição, que é indicada pelo sinal de +

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\,3 \\ \hline 7 \end{array}$$

parcelas (elementos somados)

soma ou total (resultado da adição)

Fonte: “Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos” (BRASIL, 1994, p. 228)

Sobre a operação de subtração nota-se, em alguns casos, a conceituação inusitada de compreender o resultado zero como um conjunto vazio. Nessa mesma coleção o conceito de número é definido (BRASIL, 1994, p. 161) como a “quantidade de elementos de um conjunto” (!).

> [...] os autores confundem o conceito de conjunto vazio com a idéia de “tinha”, “tirou tudo” e “ficou vazio”, o que representam utilizando uma linha fechada sem elementos no seu interior. Estas colocações comprovam que os autores não sabem que o conjunto vazio é definido por uma propriedade, tendo sido considerado um universo. (BRASIL, 1994, p. 162)

O efeito do Movimento Matemática Moderna naquelas obras está presente ainda em outras situações que afetam o estudo das operações de adição e subtração. Nos textos de análise das 16 obras avaliadas, raríssimos são aqueles que não indicam explicitamente o uso da distinção feita entre número, numeral e algarismo. Os constantes equívocos no uso desses conceitos e a inutilidade de se propor o ensino dessas diferenças são insistentemente postos no documento para indicar a eliminação futura de tal estudo. Observa-se que a diferença entre esses conceitos é sútil e inatingível aos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

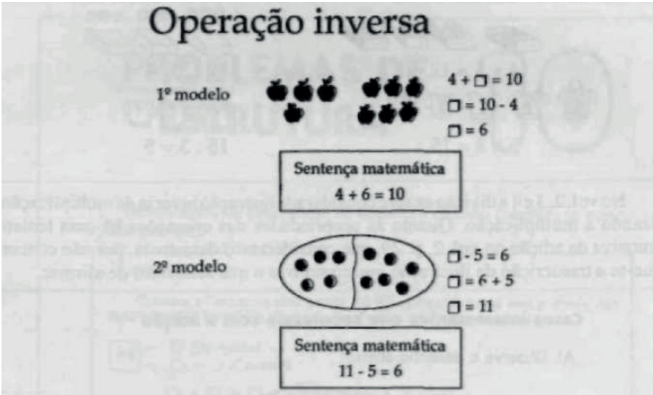
> Ainda como resquício do movimento da Matemática Moderna, assinalamos a distinção danosa entre número e numeral. Em Matemática não se compara, não se ordena, nem se opera com numerais mas com números. [...] Essa questão bizantina colocada na época da Matemática Moderna deve ser rigorosamente banida dos textos didáticos. É um absurdo que hoje nossas crianças ainda tenham que estudar em livros com este tipo de erro. (BRASIL, p. 1994, p. 174)

3) Tratamento algébrico

Para esse terceiro tópico, trazemos aqui somente os exemplos mais emblemáticos onde há, de maneira evidente, o uso de linguagem e recurso algébrico para resolver sentenças matemáticas. Observamos que o tratamento dado a esse objeto nos faz lembrar o estudo de equações, proposto atualmente apenas nos anos finais do Ensino Fundamental.

Tomando a ideia de operação inversa, técnicas algébricas são elaboradas para se descobrir um determinado valor desconhecido de uma igualdade. Os dois primeiros exemplos que seguem estão presentes em coleções diferentes e ambos usam o desenho que lembra um quadrado para representar a incógnita a ser encontrada. No primeiro a técnica é apresentada ostensivamente para, na sequência, ser apresentada a sentença matemática que serve como um discurso tecnológico que valida dessa maneira de fazer. No segundo exemplo a técnica ganha, para além da sua ilustração ostensiva, uma curta descrição, “+ fica –“ e “ – fica +”.

Figura 3: Operação inversa



Fonte: "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos" (BRASIL, 1994, p. 231)

Figura 4: Exemplos resolvidos

Sentenças matemáticas

Para achar o valor do □ nas seguintes sentenças, aplicamos a operação inversa

+ fica −	− fica +	× fica ÷	÷ fica ×
□ + 6 = 11	□ − 7 = 10	3 × □ = 21	□ ÷ 5 = 6
Resolução:	Resolução:	Resolução:	Resolução:
□ + 6 = 11	□ − 7 = 10	3 × □ = 21	□ ÷ 5 = 6
□ = 11 − 6	□ = 10 + 7	□ = 21 ÷ 3	□ = 6 × 5
□ = 5	□ = 17	□ = 7	□ = 30

Fonte: "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos" (BRASIL, 1994, p. 242)

A estratégia é também empregada em tipos de tarefas que tratam de algum contexto. Vejamos um exemplo:

Figura 5: Técnica para uma tarefa contextualizada

Resolvemos os problemas de estrutura usando também as operações inversas.

1º exemplo:

Cristina e Fernanda têm juntas 36 figurinhas. Cristina tem o dobro das figurinhas de Fernanda. Quantas figurinhas tem cada menina?

36 → □ (Fernanda)
→ □ + □ (Cristina)

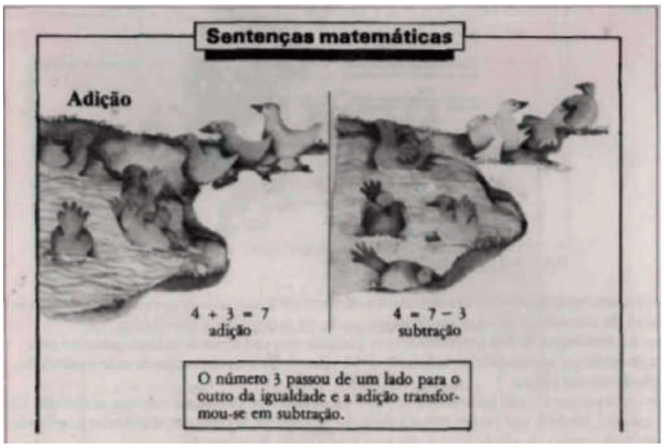
□ + □ + □ = 36 (Fernanda e Cristina)
3 × □ = 36
□ = 36 : 3 (inversa da multiplicação)
□ = 12 (Fernanda)
2 × □ = 2 × 12 = 24 (Cristina)

Resposta: Cristina tem 12 figurinhas e Fernanda tem 24 figurinhas.

Fonte: "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos" (BRASIL, 1994, p. 233)

Em outra coleção a técnica é descrita em língua materna. A descrição é feita priorizando a ação em detrimento de um respaldo tecnológico-teórico matemático: "O número 3 passou de um lado para o outro da igualdade e a adição transformou-se em subtração." O que busca legitimar a técnica são as ilustrações: patos entram (adição) e patos saem (subtração) da lagoa.

Figura 6: Descrição da técnica em linguagem materna



Fonte: "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos" (BRASIL, 1994, p. 166)

Também foi possível encontrar, espantosamente em se tratando dos anos iniciais, o clássico ostensivo "*x*", tradicionalmente usado como incógnita:

Figura 7: Ostensivo x

Observe que:

9 − 4 = 5 ⟶ 9 = 4 + 5 ou 4 + 5 = 9

Agora, veja:

x − 4 = 5
x = 4 + 5
x = 9

9 − x = 5
9 = x + 5
x + 5 = 9
x = 9 − 5
x = 4

Você notou que dessa maneira pudemos calcular o valor do número x, que é o termo desconhecido nas subtrações apresentadas.

Fonte: "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos" (BRASIL, 1994, p. 209)

Em Kaspary (2014), onde podemos ver a análise de uma coleção aprovada no ano pelo PNLD-2013, notamos que essas tarefas ainda vivem nos anos iniciais: com exceção das que utilizam o "x" para representar o valor a ser encontrado. São as técnicas mobilizadas no período da avaliação de 94 que tornam o estudo efetivamente diferente em comparação à atualidade. O que hoje se propõe aritmeticamente, antes era feito por técnicas rebuscadas de artimanhas algébricas, como pudemos notar. São elas que ganham campanha negativa nesse primeiro documento avaliativo. Hoje, essas técnicas não vivem mais nos anos iniciais e se fazem presentes de maneira muito naturalizadas em outros níveis de ensino.

Entre vários porquês que poderíamos inferir para explicar essa mudança, um dos mais contundentes repousa sobre a ausência de condições ecológicas para que essa técnica algébrica possa viver de maneira legítima nos anos iniciais. A insistência de que ela viva nessa instituição exige adaptações, no sentido didático, que provavelmente resultará em tecnologias, como ilustramos, absolutamente questionáveis.

4) Propriedades da operação de adição

Nesse momento do texto, já deve ser fácil prever o tratamento dado ao entorno tecnológico-teórico da operação de adição. A valorização pelo formalismo coloca em primeiro plano o estudo das propriedades de comutatividade, elemento neutro, fechamento e associatividade da adição. Em muitos casos elas são precocemente institucionalizadas, por meio de um único exemplo para, posteriormente, serem mobilizadas em tarefas destinadas à fixação.

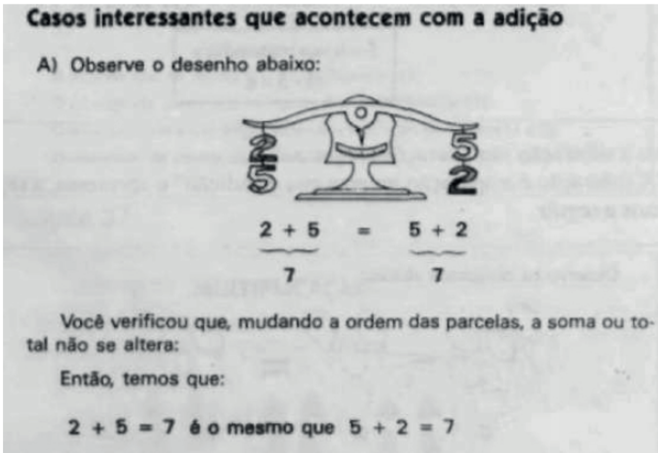
O formalismo é reforçado pelo tratamento algébrico utilizado como recurso no estudo dessas propriedades. Eis alguns exemplos:

> No livro 1, logo depois de introduzir a adição, são apresentados exercícios de fixação com a seguinte redação: "Qual deve ser o valor de "n" para que as seguintes sentenças matemáticas estejam corretas" A expressão verbal "valor número n", não tem nenhum significado para uma criança iniciada no mundo do número e das letras.
> [...] relativas ao ensino da técnica operatória, o autor introduz ainda a seguinte notação: N + 5U = 12 U = 1 D + 2 U. Com isso, o autor parece querer descrever em códigos as etapas efetuadas na realização da técnica. Isto se constitui em uma nova linguagem de difícil interpretação. Tal descrição pode ser feita oralmente. (BRASIL, 1994, pp. 197 e 198)

O esforço em legitimar algumas dessas propriedades recai por vezes em outras escolhas didáticas questionáveis:

> Quanto às propriedades das operações há uma tentativa de concretização da propriedade comutativa da adição no vol. 2, p. 29, que consideramos desastrosa, por não concordarmos que números sejam pesados. Segue-se a transcrição da ilustração que comprova o que acabamos de afirmar. (BRASIL, 1994, p. 232)

Figura 8: Balança de números



Fonte: "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos" (BRASIL, 1994, p. 232)

Essas críticas lançadas pela equipe de avaliação, ratificadas pelos exemplos trazidos no documento, revela o desejo de mudança da *ênfase desnecessária*[18] dada às propriedades de adição.

5) Algumas outras considerações sobre linguagem

Abrimos mais esse espaço para apresentar outros aspectos que não foram possíveis de serem abordados nos tópicos anteriores.

Questões ligadas à linguagem aparecem em critérios avaliativos utilizados nessa primeira avaliação. Por meio deles analisa-se a utilização de diferentes formas de representação, o respeito às normas linguísticas, a progressão da complexidade e a acessibilidade do aluno aos diferentes registros. Com a avaliação, vários problemas foram observados:

> Causou também preocupação a forma na qual os textos são apresentados: há imprecisão de linguagem, falta de clareza, dificultando a interpretação, pelo aluno, das instruções escritas e dos textos explicativos, desenvolvendo assim uma atitude de passividade frente à informação escrita. Há falta de graduação quanto à complexidade das estruturas lingüísticas ao longo das 4 séries. Nota-se também a insistência em estruturas padronizadas. Tudo isso prejudica a preparação do aluno para ler, posteriormente, textos mais complexos e sofisticados. (BRASIL, 1994, p. 61)

Essas críticas são recorrentes em várias coleções. A seguir, para finalizar, apresentamos brevemente dois exemplos que ilustram com mais detalhes esses aspectos.

18 Expressão frequentemente utilizada no documento avaliativo.

1) O recorte a seguir evidencia o uso de uma linguagem matemática sofisticada para as crianças que estão no início de sua alfabetização matemática.

> Adição: 5 + 2 = 7 <=> 7 - 2 = 5
> Subtração: 8 - 3 = 5 <=> 5 + 3 = 8.
> Observe-se que a utilização do sinal " <=> " (sinal de equivalência lógica) é absolutamente inadequada nesta fase. (BRASIL, 1994, p. 182)

2) A naturalização do uso de certos ostensivos pode ser notada também no uso do sinal de igual ao se comparar igualdades. Vejamos:

> O autor propõe desde a 1ª série, formas complexas de linguagem matemática: nestas, o sinal de igual estabelece relações entre formas simbólicas de representar um número (forma aditiva, forma multiplicativa). Assim sendo, ignora-se o fato de que inicialmente a criança tem uma concepção dinâmica de operação matemática, onde o sinal de igual anuncia sempre um resultado. (BRASIL, 1994, p. 195)

CONSIDERAÇÕES

> [...] o livro didático se torna um dispositivo no qual convergem relações de saber e poder, pois se sustenta em formas, maneiras, regulamentos e regras provenientes de diversas fontes localizadas no interior e no exterior do livro (Palacio; Ramírez, 1998; Aristizábal, 2006), que delineiam ou configuram os conhecimentos que o sistema educacional considera como legítimo e verdadeiro, sendo o principal veículo de transmissão da cultura escolar institucionalizada. (TURRA DÍAZ, 2011, p. 612 e 613)

Mesmo antes da democratização da escola, em que os livros didáticos serviam como dispositivos de *controle* da educação, as obras didáticas brasileiras participam de mudanças educacionais importantes no país como instrumento para implementação e incorporação de políticas educacionais (PIMENTEL e VILELA, 2011).

Em tempos mais atuais, Zúñinga (2007) considera que as avaliações do PNLD buscam a *melhoria* do "livro didático real" segundo o que os avaliadores supõem que seja um "livro didático ideal", fundamentando-se em teorias e metodologias de ensino recentes. São essas possíveis mudanças nos livros didáticos brasileiros, especialmente impulsionadas pela avaliação do PNLD, que então na essência do problema de tese em curso, apresentado pelas lentes da teoria antropológica do didático em Kaspary (2018). Estudar essas mudanças, que tocam inteiramente nas praxeologias que são reconhecidas nas instituições de ensino por meio de um jogo de condições estabelecidas pela noosfera, está no coração da didática.

> Estudar o equipamento praxeológico de uma determinada instância não é um problema primário na didática, mas um problema derivado. O objetivo primário da didática é o estudo das condições e restrições sob as quais o equipamento praxeológico de uma certa instância mudou, ou está mudando, ou pode mudar, integrando uma entidade praxeológica particular. (CHEVALLARD, 2011, p. 03, tradução nossa)[19]

Para terminar, inspiradas no que Chervel (1990) diz sobre disciplina, as mudanças nos livros didáticos não simbolizam uma *evolução* no sentido mais romântico da palavra, mas ela se justifica pela também *mudança de finalidade* que é dada para o ensino e aprendizagem dos diferentes conteúdos, "e não porque a humanidade do fim do século XX chegou enfim ao reino da ciência, à desaparição das "ideologias", e à transparência das coisas" (p. 203).

REFERÊNCIAS

BITTAR, Marilena. Evaluation et analyse didactique des manuels : cas du Brésil. *In:* **Atas do 6ième Colloque Internationale de Didactique des Mathématiques**, 2017, no prelo.

BRASIL. **Definição de critérios para avaliação dos livros didáticos: português, matemática, estudos sociais e ciência** - 1ª a 4ª series. Ministério da Educação e do Desporto/ Fundação da Assistência ao Estudante/ Programa Nacional do Livro Didático Brasília: MEC/FAE 1994.

CASABÓ, Marianna Bosch. Un punto de vista antropológico: la evolución de los "instrumentos de representación" en la actividad matemática. **Cuarto Simpósio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática**. Huelva: Universidade de Huelva, 2001, p. 15 – 28.

BOSCH, Marianna., CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'estude et problematique. **Recherches em Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensé Sauvage-Éditions, v.19, n°1, p. 77 – 124, 1999. Acessado no site http://yves.

19 "Étudier l'équipement praxéologique d'une instance donnée n'est pas une problématique première en didactique, mais une problématique dérivée. Ce qui est l'objectif premier de la didactique, c'est l'étude des conditions et contraintes sous lesquelles l'équipement praxéologique d'un type donné d'instances a changé, ou est en train de changer, ou pourrait changer, en intégrant telle ou telle entité praxéologique." (CHEVALLARD, 2011, p. 03)

chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=35 no dia 7 de Fevereiro de 2013, com paginação 1- 37.

CHERVEL, André. **História das disciplinas escolares**: reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria & Educação, Porto Alegre, RS, n.2, 1990.

CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v 19, n 2, pp. 221-266, 1998.

CHEVALLARD, Yves. Organiser l'étude : 3. Ecologie & regulation. Cours donné à la **XIe école d'été de didactique des mathématiques**, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 41-56, 2002.

CHEVALLARD, Yves. (2003) Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathematiques. Communication aux *3es* Journées d'étude franco-québécoises (Université René-Descartes Paris 5, 17-18 juin 2002). Paru dans S. Maury S. & M. Caillot (éds)**, Rapport au savoir et didactiques,** Éditions Fabert, Paris, 2003, p. 81-104.

CHEVALLARD, Yves. (2011) Les problématiques de la recherche en didactique à la lumière de la TAD. Texte d'un exposé réalisé le 28 janvier 2011 dans le cadre du Séminaire de l'ACADIS.

CHOPPIN, Allain. **História dos livros e das edições didáticas**: sobre o estado da arte. Educação e Pesquisa, São Paulo, v.30, n.3, p. 549 – 566, set./dez. 2004.

KASPARY, Danielly Regina dos Anjos. **Análise da proposta de ensino de uma coleção de livros didáticos para as operações de adição e subtração dos números naturais**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014.

KASPARY, Danielly. (2018) Relations entre deux institutions noosphériennes : effets d'un système d'évaluation de manuels didactiques. **Actes du 6e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique***, CITAD*. Grenoble, França. 2018

PIMENTEL, Guilherme Henrique, VILELA, Denise. **Contribuições para uma história do livro didático no Brasil**: um estudo do PNLD. Anais do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM. Recife. 2011.

TURRA DÍAZ, Omar Rolando. A atualidade do livro didático como recurso curricular. **Linhas Críticas**, Brasília, DF, v. 17, n. 34, p. 609 – 624, set./dez. 2011

ZÚÑINGA, Nora Olinda Cabrera. **Uma análise das repercussões do Programa Nacional do Livro Didático no Livro Didático de Matemática**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

A FORMAÇÃO CONTINUADA PRECEDEU A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA UFOP

Marger da Conceição Ventura Viana[1] Márcia Nunes dos Santos [2]

Submetido em 13/07/2017; Aceito em 13/08/2017

RESUMO: Na Universidade Federal de Ouro Preto, a formação inicial de professores de Matemática pode ser apontada como consequência de projetos de formação continuada: é o que mostra pesquisa sobre a trajetória do Departamento de Matemática, da criação na Escola de Minas ao funcionamento no Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Embora a história da centenária Escola de Minas esteja contada em diversas obras, não há referência à formação de professores de Matemática, pois esse nunca foi o objetivo de uma instituição criada para formar engenheiros. Quanto à metodologia, devido à dificuldade de localização de documentação pertinente, a pesquisa documental se deu predominantemente como História Oral.

Palavras-chave: Formação de Professores de Matemática. Departamento de Matemática. História Oral.

ABSTRACT: At the Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), the initial development of mathematics teachers can be pointed out as a consequence of ongoing continuing education projects: this is what research shows about the trajectory of a mathematics department, from the creation in the Escola de Minas (EM – the School of the Mines) to its operation in the Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB - the Institute of Sciences Exact and Biology). Although the history of the centenary of the Escola de Minas is told in several works, there has been no reference to the formation of mathematics teachers, since this was never the objective of an institution created to train engineers. As for the methodology, due to the difficulty of locating pertinent documentation, documentary research was predominantly oral history.

Key words: Teacher Training in Mathematics. A Mathematics department. Oral History.

INTRODUÇÃO

Este artigo provém de uma pesquisa que visou a resgatar a história do Departamento de Matemática (DEMAT) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), quando se pensava estar ele completando quarenta anos de existência (Santos, 2009). Mais tarde, descobriu-se que ele havia sido criado em 1947. Resgataram-se também ideias, necessidades e lutas que motivaram a criação da Licenciatura em Matemática, que já tinha uma década de existência, e a implementação do Mestrado Profissional em Educação Matemática (VIANA & SANTOS, 2012).

A ideia de desenvolver esta pesquisa tem a ver, pois, com a necessidade de recuperar partes da história do DEMAT, desde a criação na Escola de Minas. Idealizada por D. Pedro II e fundada, em 12 de outubro de 1876, pelo francês Claude Henri Gorceix, também primeiro diretor e professor de Mineralogia, Geologia, Física e Química, a Escola de Minas é pioneira em estudos geológicos, mineralógicos e metalúrgicos no Brasil (CARVALHO, 2015).

Em 1969, pelo Decreto-Lei n.º 778 do Governo Federal (BRASIL, 1969), com a incorporação da Escola de Minas e da Escola de Farmácia, foi criada a UFOP. Embora muito já tenha sido escrito sobre a Escola de Minas, nenhum registro havia sido feito sobre a formação de professores de Matemática. Portanto esta investigação, respondendo à indagação de como se deu o processo de formação de professores de Matemática na UFOP, leva a fatos que ocorreram na Escola de Minas. E fala inicialmente de formação continuada.

1 Doutora em Ciências Pedagógicas – Mestre em Matemática- Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT), Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) Minas Gerais, Brasil. E-mail: margerv@terra.com.br

2 Professora Assistente I (substituta)-Departamento de Educação Matemática (DEEMA)-UFOP E-mail: marcimatica@yahoo.com.br

Como foi possível revelar, graças às lembranças dos entrevistados, bastidores desconhecidos, este trabalho contribui para a compreensão da partes da História da Educação Matemática na UFOP e no Brasil.

METODOLOGIA

Ainda que tenha sido utilizada a pesquisa documental, a dificuldade de localizar documentos referentes à criação e implementação de cursos oferecidos pelo DEMAT, além de outras, levou a acréscimo na metodologia utilizada, com inclusão da pesquisa em História Oral. Para isso foram realizadas leituras sobre a História Oral, concluindo-se que, de fato, era a escolha ideal, de acordo com o que se propunha desenvolver, embora os estudos que a utilizavam ainda fossem poucos numerosos.

A História Oral surgiu no cenário mundial vinculada a estudos antropológicos. No caso do Brasil, foi introduzida em estudos que incluíam a Psicologia Social, para, mais tarde, integrar diversas áreas acadêmicas, entre as quais a Educação Matemática. Em 1975, foi fundada no Brasil a Associação Brasileira de História Oral e, a partir da década de 80, a aplicação desse recurso aumentou consideravelmente, sendo utilizada como metodologia de pesquisa nas universidades.

Entretanto, poucos trabalhos, em Educação Matemática, até o início do século XXI, utilizaram como fundamento a metodologia da História Oral, embora "antes de 2002 já havia trabalhos de história oral desenvolvidos por pesquisadores da educação matemática, inclusive por alguns dos que criaram o Ghoem" [Grupo História Oral e Educação Matemática]" (GARNICA, 2015, p.5).

Entre as várias linhas de pesquisas do GOHEM se encontram a História da Educação Matemática e Mapeamento da formação e atuação de professores de matemática (GARNICA, 2015), nas quais se inclui este trabalho.

> A história oral é um modo de produzir narrativas orais e com essa finalidade tem sido mobilizada por inúmeros agentes, dentro e fora da academia. Na academia ganha contornos mais rígidos, inscreve-se numa determinada ordem de discurso e passa a ser vista como metodologia de pesquisa de abordagem qualitativa (GARNICA, ,p.40, 2015).

Por ser um método privilegiado de investigação que preserva as características da linguagem usada nas entrevistas, rica de dados e palavras que revelam o pensamento e perspectivas dos respondentes, e nas transcrições, permitindo verificar detalhes e exemplos da compreensão sobre determinada temática, a abordagem qualitativa foi utilizada para análise de informações oriundas de dados obtidos de narrativas feitas nas entrevistas. Uma das características deste tipo de investigação é ser descritiva, isto é, os dados recolhidos são palavras e não números (BOGDAN e BIKLEN, 2013). Nesta perspectiva, o entrevistado tem a oportunidade de narrar fatos e histórias de vida, pois o que se busca na narrativa/entrevista é a voz do sujeito evidenciando o cotidiano, lembranças e valores, dados relevantes para a pesquisa.

> Fontes orais nos contam não apenas o que o povo fez, mas o que queria fazer, o que acreditava estar fazendo e o que agora pensa que fez. Assim, interessa saber como os materiais da história são organizados pelos narradores de forma a contá-la, pois a construção da narrativa revela um grande empenho na relação do relator com sua história (GARNICA, 2015, p.45).

Como metodologia de pesquisa qualitativa, na Educação Matemática, a História Oral tem sido mais utilizada em estudos sobre a História da Educação Matemática, ou seja, "história da formação de professores, das instituições escolares, da matemática escolar, de práticas e legislações etc." (GARNICA, 2015).

Para a efetivação deste estudo, foram elaborados, como instrumentos de coleta de dados, roteiros de entrevistas semiestruturadas com questões relacionadas à formação do professor de Matemática proporcionada pela UFOP e ao próprio DEMAT. As entrevistas foram concedidas por dez professores e funcionários que fizeram ou faziam parte do DEMAT **à época da investigação**. A seleção se deu em razão da relevante contribuição para a criação e implementação de cursos de formação de professores de Matemática.

O DEMAT NA ESCOLA DE MINAS

O objetivo inicial do DEMAT era atender aos cursos de Engenharia da Escola de Minas, pela presença de muitas disciplinas da área de Matemática nos currículos. Alguns catedráticos, como os professores Altamiro Tibiriçá Dias, Antônio Moreira Calaes e Nicodemos de Macedo Filho, eram estudiosos da Matemática preocupados com o conhecimento matemático dos demais docentes do Departamento e responsáveis por iniciar o processo de formação de professores na Escola de Minas. Assim, ministraram disciplinas isoladas para os colegas, que, de modo geral, eram engenheiros (VIANA & SANTOS, 2012). No Brasil, início do século XX, a Matemática era lecionada por engenheiros, pois eram escassos os cursos de Matemática.

De fato, na época, os professores não tinham formação específica em Matemática, como confirma a primeira secretária do DEMAT, Haydée Celestino Belloni, em entrevista: "O pessoal formava e ia dar aulas na Escola de Minas, a maioria dos professores [de Matemática] eram ex-alunos da Escola de Minas, porque a ideia era colocar no Departamento apenas ex-alunos" (SANTOS, 2009, Apêndice).

Localizadas as primeiras Atas do DEMAT, foi possível ver que o primeiro registro é a da primeira reunião, realizada em 7 de março de 1947. Entre os assuntos tratados está a solicitação de um curso "extrauniversitário" de Matemática Superior, sobre Geometria Moderna, Topologia e outros temas, a serem lecionados pelo professor italiano Achille Bassi, em Belo Horizonte (VIANA & SANTOS, 2012).

No entanto o *status* de Departamento de Matemática foi realmente adquirido com a Lei **nº 5.540** que trata da Reforma Universitária de 1968, que determinou a departamentalização das universidades e a extinção da cátedra, estabelecendo a profissionalização do professor, por dedicação exclusiva (BRASIL, 1968).

O DEMAT NO INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS

Em 1982, foi criado o ICEB, para o qual o DEMAT, no mesmo ano, foi transferido. Em 1983, o diretor dessa unidade acadêmica, professor Jaime Mendes Pereira Pinto, que era professor do DEMAT, teve aprovado o seu projeto de extensão (Aperfeiçoamento de Metodologias de Ensino e de Capacitação de Professores nas áreas de Ciências e Matemática) com financiamento da Secretaria de Ensino Superior do MEC (SESu/MEC). Esse projeto estava incluído no Programa de Integração da Universidade com o Ensino 1.º Grau, e abrangia as áreas de Ciências (Física, Química e Biologia) e Matemática. Para a área de Matemática o DEMAT indicou a professora Marger da Conceição Ventura Viana como coordenadora.

PROJETO MATEMÁTICA NO 1.º GRAU

Em 1983, em seminário realizado pelo Projeto Aperfeiçoamento de Metodologias de Ensino e de Capacitação de Professores nas áreas de Ciências e Matemática, os professores participantes pediram apoio, queixando-se de que alunos que chegavam à 5.ª série do 1.º Grau (atualmente Ensino Fundamental I) não dominavam nem as quatro operações. Em consequência, criou-se o Projeto Matemática no 1.º Grau, que ofereceu formação continuada a professores da Educação Básica por mais de uma década. Implementado pela professora Marger Viana, permaneceu sob sua coordenação de 1983 a janeiro de 1993. Com a saída da professora, que passou a ser coordenadora acadêmica da Diretoria de Ensino (hoje Pró-Reitoria de Graduação), a coordenação do Projeto passou para o professor Renato Machado Aquino, que ficou até o final de 1993. Do início de 1994 a dezembro de 1994, a coordenação ficou a cargo do professor Dimas Belarmino de Souza. O professor Frederico da Silva Reis assumiu a coordenação em janeiro de 1995 e ficou até dezembro de 1996 (SANTOS, 2009).

Com a saída deste, o Projeto ficou sob a responsabilidade de dois professores substitutos. Primeiro a professora Flávia Silva e depois o professor José Geraldo de Lima. Em 1999, quando foi finalizado, o Projeto teve por coordenadora a professora Roseli de Alvarenga Corrêa (SANTOS, 2009).

O Projeto Matemática no 1.º Grau possibilitava aos alunos construir conceitos, desenvolver a capacidade e a habilidade de resolver problemas e a criatividade, de acordo com a proposta educativa adotada, *Atividades Matemáticas que Educam* (AME), de autoria dos professores da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) Reginaldo Naves de Souza Lima e Maria do Carmo Vila, que cederam o material e forneceram assessoria pedagógica gratuita à coordenação, aos professores e aos monitores (SANTOS 2009). Considera-se que a história de um Projeto que permaneceu por tanto tempo deve ser investigada.

CURSO REGULAR DE FORMAÇÃO CONTINUADA: ESPECIALIZAÇÃO

Mesmo com a expansão da UFOP e com o bom desenvolvimento que teve o Projeto Matemática no 1º Grau, propostas de criação de projetos e de cursos para formação continuada de professores de Matemática eram muitas vezes impedidas de acontecer por resistência de alguns professores do DEMAT que não compreendiam o alcance da Educação Matemática (SANTOS & VIANA, 2009).

Somente houve consolidação de uma proposta para o oferecimento de curso regular pelo DEMAT em 1992, a Especialização em Matemática.

> Em 1992, por iniciativa do professor Dimas Belarmino de Souza, o DEMAT resolveu oferecer cursos, de modo formal, aos professores de Matemática, já que os oferecidos pelo Projeto Matemática no 1º Grau

> eram de extensão e não contemplavam professores do Ensino de 2º Grau. Na verdade, havia ideias de oferecer cursos não apenas para professores do 1º e do 2º Grau, mas também para professores de nível superior. [Em 1992] (...) foi aprovada a implantação do Curso de Especialização em Matemática (SANTOS, 2009, p.50).

O curso teve duas edições e os alunos eram professores encaminhados pela Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais, embora três professores da Escola Técnica Federal de Ouro Preto, atual Instituto Federal de Minas Gerais (IFMG) Campus Ouro Preto, tenham participado da segunda. Contudo era evidente a necessidade de se formarem professores para lecionar Matemática em Ouro Preto e no entorno, pois levantamentos realizados sobre a formação dos professores de Matemática das cidades que compunham a 15.ª Delegacia Regional de Ensino de Ouro Preto (atual 25.ª SRE) mostraram o seguinte:

> Em 1983, havia apenas três professores com Licenciatura Plena em Matemática. Em 1990, num Seminário organizado pela Rede de Apoio à Educação em Ciências/MG (financiada pelo SPEC-PDCT-CAPES), foram registrados os seguintes dados: 1. Em todas as escolas estaduais das cidades da DRE não havia nenhum professor com Licenciatura em Matemática. 2. Na cidade sede, Ouro Preto, havia apenas um professor licenciado em Matemática, em uma escola particular. 3. Dos oito professores de Matemática da Escola Técnica Federal de Ouro Preto, havia apenas um licenciado em Matemática. Em 1992, quando a Prefeitura Municipal de Ouro Preto realizou um Concurso Público para professores não houve candidato formado em Matemática (VIANA & BROLEZZI, 1998, p.4).

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: DIFICULDADES E SUPERAÇÃO

Uma proposta de criação da Licenciatura em Matemática, no período noturno, com base no levantamento da necessidade de professores de Matemática na região de Ouro Preto, realizado no ano de 1992, foi apresentada pelo DEMAT ao Conselho de Ensino Pesquisa e Extensão (CEPE), que atendeu ao pedido pela Resolução CEPE n.º 0491/1993. Entretanto, do processo de aprovação do Projeto à implementação do curso, houve um interstício de cinco anos. De fato, a implementação não foi fácil nem rápida. Parecia que a política interna da UFOP não via a necessidade e a importância do curso, comprovadamente necessário à região, como mostram Viana e Brolezzi (1998).

Com a saída do Ministro da Educação Murílio Hingel, que havia prometido alocar vagas de docentes para a criação de cursos noturnos, essa política foi abandonada. Sem a concretização da promessa de vagas, o curso não foi implementado. No entanto, embora a UFOP não houvesse sido contemplada com vagas para novas graduações, foram criados e implementados as de Direito e Filosofia. A de Matemática foi preterida (SANTOS, 2009). Com isso, foi implementado, para o período noturno, somente em 1998, graças à criação dos cursos de Engenharia de Produção, Ciências Biológicas e Artes Cênicas, no mesmo ano.

Já foram formados 14 bacharéis e 203 licenciados em Matemática. Entre os egressos do curso há funcionários e professores de Universidade e de Instituto Federal de Educação. Muitos se tornaram mestres e doutores em Matemática, Educação Matemática ou áreas afins. Alguns, aprovados em concursos públicos, pertencem ao quadro de professores do DEMAT. Porém se tem notícias de poucos que se dedicam ao Ensino Básico. Fica uma pergunta: Por que não se dedicam ao Ensino Básico? É uma questão a ser investigada. De forma que é importante fazer um levantamento mais completo sobre os egressos do curso.

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Em 2002, professores da área de Educação Matemática apresentaram ao DEMAT a proposta de criação da Especialização em Educação Matemática, idealizado pelo professor Frederico da Silva Reis, que disse em entrevista concedida a Santos (2009):

> quando eu assumi a coordenação do Curso de Matemática, a primeira turma que formou no início de 2002 comentava com nós professores assim: "e aí, o que é que nós vamos fazer a partir de agora..." Essa era uma turma bem animada, tinha alguns alunos excelentes, por exemplo, o Brandão, que depois foi professor substituto do Departamento, ele foi um dos alunos mais brilhante que terminou com coeficiente 9.8. E eles ficavam cobrando um mestrado, se saia ou não. E é claro, a gente queria implementar um mestrado, só que, na época a gente não tinha uma estrutura para isso. O grupo ainda não estava totalmente consolidado e a própria Maria do Carmo Vila e Eduardo Sebastiani estavam aqui como visitantes, não eram efetivos. Então eu falei assim com eles: "Olha gente, vocês querem continuar estudando, não querem? Então vejam o seguinte, mestrado em Educação Matemática nós não temos condições no momento, mas o que eu posso tentar é criar uma Especialização, interessam?" O sim foi unânime e

> então fui reunir o grupo com algumas ideias, conversei um pouco com um, um pouco com outro e fiz um projeto praticamente sozinho, foi uma coisa meio que "tratorada" e foi bacana porque foi assim. Eu já tinha algumas ideias, peguei outras, mas fui eu mesmo quem conduziu esse processo de criação do projeto do Curso, da estrutura do Curso e depois é que realmente criou-se o projeto Pedagógico que é o que se tem hoje (SANTOS, 2009, Apêndice).

Mas esse curso foi finalizado após seis edições, pois, em 2008, começou a ser implementado o Mestrado Profissional em Educação Matemática. Era impossível manter os dois cursos, porque continuava reduzido o número de docentes da área de Educação Matemática, que se organizavam em múltiplas atividades: aulas da graduação e do mestrado, orientação a alunos de graduação e do mestrado, além de projetos de pesquisa e extensão e de tarefas administrativas.

Outro curso de Especialização em Matemática foi oferecido pelo DEMAT em 2004. Idealizado pelo professor Frederico da Silva Reis, teve apenas uma edição, com as aulas ministradas em Belo Horizonte, para uma turma específica.

NÚCLEO INTERDISCIPLINAR DE ESTUDOS E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Encerrando o Projeto Matemática no 1.º Grau, a professora Roseli criou o Projeto Matemática na Escola e, posteriormente, o Núcleo Interdisciplinar de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (NIEPEM), que proporcionou oficinas de formação continuada a professores de Matemática e atendeu **à** Licenciatura em Matemática, principalmente no que se referia **à Prática de Ensino.** E serve de laboratório para o Programa de Iniciação à Docência (PIBID) atualmente (SANTOS &VIANA, 2009).

CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Quanto ao Mestrado em Educação Matemática, a ideia veio desde 2002, contudo o pequeno número de docentes na área impossibilitou a concretização, sendo criado, na época, a Especialização em Educação Matemática. Mas o bom desempenho deste proporcionou ao grupo de docentes experiências novas por meio da elaboração de projetos e orientação de monografias. Essa maturidade possibilitou a elaboração de uma proposta de criação do Mestrado Profissional em Educação Matemática, a qual, exposta aos órgãos competentes da UFOP e **à** CAPES, foi aceita, para implementação em 2008 (SANTOS & VIANA, 2009).

Atualmente o curso tem nota 4 na CAPES, tendo sido defendidas 96 dissertações e elaborados 96 Produtos Educacionais segundo levantamento feito por Viana & Amorim (2017).

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA MODALIDADE A DISTÂNCIA

Em 2003, foi proposto ao DEMAT a Licenciatura em Matemática na modalidade a distância (EAD) pela professora Maria do Carmo Vila, que afirmou na entrevista:

> (..) estava como professora visitante, mas antes de sair procurei a Marger para conversarmos sobre a possibilidade de implementar o Curso de Licenciatura de Matemática a distância e nós fizemos a proposta ao Departamento. No começo encontramos reação contrária, mas não foi uma resistência muito grande. E quando eu sai, em dezembro de 2003, já estava entrando a proposta de transformar o NEAD [Núcleo de Educação a Distância] em um Centro, o CEAD [Centro de Educação Aberta e a Distância]. E na Matemática, o convite de participar foi feito aos próprios professores do DEMAT, o professor João Luiz, atual reitor da UFOP, era o chefe do Departamento e convocou os professores para assistir a nossa apresentação. Falamos que no Brasil já havia o Curso de Matemática a distância, mostramos a que nível estava a EaD na UFOP, fizemos uma primeira apresentação, fizemos uma segunda apresentação e até que alguns professores se interessaram. Entre eles estava o professor Felipe [Felipe Rogério Pimentel]. A partir daí foi nomeada uma comissão para se elaborar o Projeto Pedagógico. Essa comissão estava formada por Marger, eu, Felipe, a professora Ana Cristina Ferreira, e outros nomes que não me lembro, mas estão no Projeto. O Mauro [Schetino] também participou das discussões e essa comissão trabalhou, foram seis meses para montar o Projeto. Depois de montado, nós fomos procurar para quem oferecer. Entretanto, quando ele já estava todo montado, já havia sido aprovado, eu sai da Universidade, ou seja, eu não vi a implementação do Curso acontecer (SANTOS, 2009, apêndice).

Implementado em 2007, é oferecido pelo Centro de Educação Aberta e a Distância (CEAD), inicialmente com a participação de professores do DEMAT. Atualmente há professores lotados no CEAD, porém em número insuficiente para manter o curso, razão pela qual são convidados outros, com bolsa da Universidade Aberta do Brasil (UAB).

Segundo informações obtidas na Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD), na Licenciatura em Matemática em EAD já foram diplomados 238 alunos dos diversos Polos de Apoio Presencial. Destaca-se que neles, mantidos pelas respectivas prefeituras municipais, os alunos recebem orientação dos tutores presenciais, fazem provas, utilizam laboratórios e bibliotecas, participam de videoconferências e apresentam trabalhos por webconferências.

Alunos egressos do curso conseguiram aprovação em concursos ou concluíram o Mestrado. Muitos se dedicam ao Ensino Básico nas cidades de origem. Outros estão lecionando em faculdades ou universidades. Os dados indicam, pois, a boa qualidade do curso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O resgate da história do DEMAT traz contribuições e reflexões. Afinal, foram mostrados bastidores que muitos desconheciam, tornando-os públicos graças a recordações dos entrevistados. Além disso, houve contribuição para a História da Educação Matemática na UFOP.

São muitas décadas promovendo a formação de professores de Matemática, pois, mesmo que o DEMAT fosse composto inicialmente por catedráticos com formações diversas, houve um despertar para o ensino da Matemática por meio do oferecimento de disciplinas mais avançadas (isoladas) por docentes da Cátedra de Matemática, principalmente o Dr. Altamiro Tibiriçá Dias. A inversão quanto ao processo de formação de professores fez com que o DEMAT propusesse primeiro um curso de formação continuada, porém não faltaram argumentos que evidenciaram a necessidade de criar a Licenciatura em Matemática. Propostas e implementação de cursos e projetos de extensão possibilitaram o crescimento do grupo da Educação Matemática, o que permitiu a criação e o desenvolvimento da Especialização e do Mestrado em Educação Matemática.

Assim, é possível responder à pergunta: Como se deu o processo de formação de professores de Matemática no DEMAT?

A primeira incursão do DEMAT na formação de professores aconteceu em 1947 com a proposta de realização de um curso "extrauniversitário".Em 1969, foram oferecidas disciplinas isoladas ministradas por alguns dos catedráticos a professores que lecionavam no DEMAT.

A primeira proposta de processo regular de formação continuada se deu em 1983, com o Projeto Matemática no 1.**º Grau**. A segunda foi a Especialização em Matemática, em 1992, com duas edições.

A Licenciatura em Matemática foi criada em 1993, mas só teve início em 1998. Em 2007, teve início o oferecimento da Licenciatura em Matemática não presencial do CEAD.

Em 2002, foi criada a Especialização em Educação Matemática, que teve seis edições. Em 2004, foi oferecido pelo DEMAT, em Belo Horizonte, a Especialização em Matemática em edição única.

Em 2008 teve início o Mestrado Profissional em Educação Matemática, uma década após a implementação da Licenciatura em Matemática.

O resgate da história do DEMAT e da formação de professores de Matemática na UFOP traz, portanto, contribuições e reflexões. Afinal, é possível mostrar bastidores que muitos desconheciam e se tornaram públicos graças **à** lembranças dos entrevistados. Além disso, modestamente, contribui para a História da Educação Matemática na UFOP e no Brasil.

Entretanto este estudo tem limites e necessita de ampliação. São muitas lacunas que podem originar investigações. É necessário investigar sobre os egressos dos cursos, diplomados ou não, e sobre a obra do Dr. Altamiro Tibiriçá Dias, que escreveu muitos livros, entre os quais os de Cálculo Infinitesimal, possivelmente os primeiros editados no Brasil que não foram traduções de autores estrangeiros. Também sobre a obra do Dr. Antônio Moreira Calaes (Cálculo Vetorial e Geometria Analítica) e do Dr. Nicodemos de Macedo Filho (Desenho). Esses catedráticos obtiveram o título de doutor quando ainda eram escassos os cursos de Matemática no Brasil, razão pela qual ela era estudada nos cursos de Engenharia.

REFERÊNCIAS

BRASIL. *Decreto-Lei n.º 778 de 21 de agosto de1969. Diário Oficial da União - Seção 1 - 22/8/1969, p. 7129.* 1969.

BRASIL. Lei nº 5.540, de 28 de novembro de 1968. In: http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-5540-28-novembro-1968-359201-publicacaooriginal-1-pl.html.Acesso em 30/04/2018.

BOGDAN, R. C. e BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação:* uma introdução à teoria e aos métodos. 12 REIMP, Porto: Porto, 2013.

CARVALHO, J. M. *A Escola de Minas de Ouro Preto*: o peso da glória. Canadá: SCIELO - CENTRO EDEL, 2015. https://www.livrariacultura.com.br/p/ebooks/educacao/pedagogia/a-escola-de-minas-de-ouro-preto-o-peso-da-gloria-89885098

GARNICA, A. V. M. História oral em educação matemática: um panorama sobre pressupostos e exercícios de pesquisa. *História Oral*, v. 18, n. 2, p. 35-53, jul./dez. 2015. http://revista.historiaoral.org.br/index.php?journal=rho&page=article&op=view&path%5B%5D=559&path%5B%5D=pdf

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática: um inventário. In: *Revista Pesquisa Qualitativa,* São Paulo, v. 2, n.1, p. 137-160. 2006. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Vicente6.pdf

SANTOS, M. N., VIANA, M. C. V. *Os 40 anos do departamento de matemática da UFOP*; uma história de formação de professores de matemática In: SEMANA DA MATEMÁTICA E I DA ESTATÍSTICA, 9., 2009, Ouro Preto, MG. **Anais**... Ouro Preto: UFOP, 2009. p. 236 – 244.

SANTOS, M. N. *O Departamento de Matemática da UFOP e sua inserção na formação de professores de Matemática.* Monografia (Especialização em Educação Matemática). Instituto de Ciências Exatas da UFOP. Ouro Preto. 2009.

UFOP. Universidade Federal de Ouro Preto. Resolução CEPE n.º **0491/1993 In: http://www.ufop.br/ Acesso em 08/12/2008.**

VIANA, M. C. V.; AMORIM, K. I. Mapeamento da produção do Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática da UFOP: dissertações defendidas entre 2010 e 2016. Seminário de Iniciação Científica, UFOP, 2017.

VIANA, M. C. V.; BROLEZZI, A. C.; Projeto Pedagógico do Curso de Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Departamento de Matemática. Ouro Preto.1998.

VIANA, M. C. V.; SANTOS, M. N. *Historia de La Formación de Profesores de Matemáticas en la UFOP.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 25. Flores, R. (Ed.).México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., p. 1093-1101. 2012. https://scholar.google.com.br/scholar?q=Acta+Latinoamericana+de+Matem%C3%A1tica+Educativa.+Vol.+25&hl=pt-BR&as_sdt=0&as_vis=1&oi=scholart&sa=X&ved=0ahUKEwiEk6ixlOHaAhUMDpAKHediDmgQgQMIJjAA

O QUE ENSINAMOS, O QUE APRENDEMOS: UMA REFLEXÃO SOBRE A "PROVA DOS NOVES"

Karly B. Alvarenga[1]

Submetido em 21/08/2017; Aceito em 21/09/2017

Da laranja eu quero um gomo. Do limão quero um pedaço
E da menina mais bonita. Eu quero o beijo e o abraço
É tudo ou nada. Noves fora, nada.

Elis Regina

Resumo: Comumente a "Prova dos Noves" é conhecida, popularmente, como um jargão que indica uma verdade incontestável. Aqui discute-se, baseado nessa "prova", sobre o que é ensinado e o que é realmente aprendido na educação básica e nos cursos que preparam os professores de matemática para aí atuarem. Alguns resultados de uma investigação, empírica e teórica, com 26 professores em formação inicial são apresentados. Da mesma forma, análises de um mapeamento bibliográfico são expostas e juntas formam a base para o debate. Os participantes demonstraram não terem conhecimento sobre o que subsidia a utilização dessa "prova", apesar de terem aprendido, ser utilizada e ensinada por eles. É uma prática social que tem gerado acomodação dos atos mecânicos, sem reflexões, que os direcionam.

Palavras-chave: "Prova dos Noves"; Matemática; Ensino, Aprendizagem; Prática social.

Abstract: Commonly the "Proof of the Nines" (or casting out nines) is popularly known as a jargon that indicates an undeniable truth. Here it is argued, based on this "proof", about what is taught and what is actually learned in basic education and the courses that prepare math teachers. Some results of an investigation, empirical and theoretical, with 26 teachers in initial formation are presented. In the same way, analyzes of a bibliographic survey are exposed and together form the basis for a reflection. The participants demonstrated that they did not know what subsidized the use of this "proof", despite having learned, used and taught by them. It is a social practice that has generated accommodation of mechanical acts, without reflections, that direct them.

Keywords: "Proof of the Nines"; Mathematics; Teaching, Learning; Social practice.

O CONTEXTO

Ao trabalhar em um estado da região nordeste me deparei com a aplicação da "Prova dos Noves" (PN), tanto por estudantes das séries iniciais, quanto pelos de Licenciatura em Matemática. Passei a observar de forma cuidadosa essa prática, que eu já tinha ouvido falar e inclusive lido sobre ela em livro paradidático (WATANABE,1990). Era costumeira a sua utilização na comunidade onde eu atuava como professora. Assim, conheci um pouco mais sobre tal "prova" e sobre a sua compreensão por parte dos professores em formação inicial e continuada.

Garimpando trabalhos nessa linha encontrei uma pesquisa realizada por Miguel e Souza (2006), com professoras do ensino fundamental, livros antigos como: Vianna (1914); Trajano (1948,1959), artigos na Revista do Professor de Matemática: Rodrigues (1989); Andrade (1986). Dessa forma, resolvi conhecer o que algumas pessoas, principalmente, estudantes de Licenciatura em Matemática, conheciam, de fato, sobre essa "prova". Nesse contexto, o objetivo primordial desse trabalho é apresentar alguns dados a respeito desse conhecimento e oportunizar reflexões inerentes ao que ensinamos, como

1 Doutora em Ciencias En Matemática Educativa pelo Centro de Investigacion En Ciencia Aplicada y Tecnologia Avanzada Del Instituto Politécnico Nacional - MX (2006). Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2013). Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Goiás/UFG. Docente-pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da UFG. Participa do Grupo de Investigação em Educação Matemática da UnB e do Grupo de Investigação em Educação Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

ensinamos, porque e para que ensinamos, o que os estudantes aprendem e como aprendem.

Aqui é possível deparar com um debate a respeito da matemática escolar e matemática científica, o quanto um professor de matemática precisa saber de conteúdos matemáticos mais complexos, a possibilidade de uma transposição didática (CHEVALLARD, 1991), a conformação a respeito do que é ensinado e o uso mecânico de processos algoritmos sem questionamentos, dentre outras possibilidades.

O tema "Prova dos Noves" foi escolhido, mas tantos outros poderiam ser apresentados e debatidos na direção do ensinar e o aprender. Ele trata de matemática básica, como decomposição decimal, mas pode suscitar uma mais complexa, como congruência módulo, inclusive a utilização de outras bases como a binária, a hexadecimal e a octal, utilizadas em eletrônica e na programação de microprocessadores, em especial, nos equipamentos e máquinas de estudo e sistemas de desenvolvimento.

Tirar os noves era conhecido pelos antigos matemáticos gregos, como descrito pelo bispo romano Hipólito (170-235) em *The Refutation of all Heresies*, e mais brevemente pelo filósofo sírio neo-platônico *Iamblichus* (c. 245-c.325), em seu comentário na obra *Introdução à Aritmética* de Nicômaco de Gerasa. As descrições de Hipólito e *Iamblichus*, porém, estavam limitadas a uma explicação de como as somas digitais repetidas de numerais gregos eram usadas para computar uma "raiz" única entre 1 e 9. Nenhum deles demonstrou qualquer percepção de como o procedimento poderia ser usado para verificar os resultados de cálculos aritméticos.

A primeira obra conhecida que descreve como tirar os noves pode ser usado para verificar os resultados de cálculos aritméticos é o *Mahâsiddhânta*, escrito por volta de 950 pelo matemático e astrônomo indiano Aryabhata II (c.920-c.1000). Escrevendo por volta de 1020, o polímata persa, Ibn Sina (Avicena) (c.980-1037), também deu detalhes completos do que ele chamou de "método hindu" de checar os cálculos aritméticos, lançando noves.

O método tem notável semelhança com o processamento de sinal padrão e detecção de erros computacionais e métodos de correção de erros, tipicamente usando aritmética modular semelhante em somas de verificação e dígitos de verificação mais simples.

A utilização da PN já teve tanta importância que dois selos foram estampados em tributo ao professor alemão Adam Ries que a utilizava com frequência para checar os cálculos.(fig.1). Nessa figura observamos o símbolo em cruz, empregado até o no início do séc XX, como registro da confirmação dos cálculos efetuados corretamente. (BRUCKHEIMER et al., 1995)

Figura 1: Imagem de dois selos datados em 1959 e 1992 respectivamente

Fonte: https://www.filatelia77.com.br/alf0179n-selo-matematico-adam-riese-alem-federal-59-n

REFERENCIAL TEÓRICO

A aritmética, precursora da Teoria dos Números, é um termo antigo, que não é mais tão popular como já foi. Ela também foi chamada de Aritmética Superior, mas esse termo caiu em desuso. Entretanto, ainda aparece nos nomes de objetos matemáticos relacionados (funções aritméticas, aritmética de curvas elípticas, teorema fundamental da aritmética e outros).

Trato a Teoria dos Números, de maneira bem geral, como uma área da matemática em que é estudado o anel dos números inteiros - conjunto dos números inteiros, denotado por $\mathbb{Z}$:

$$= \{...-3, -2, -1,0,1,2,3...\}$$

Especula-se que o símbolo $\mathbb{Z}$ vem do alemão *die Zahlen* (os números), em homenagem aos matemáticos alemães.

Para Dantzig:

> Não existe dois outros ramos da Matemática tão contrastantes quanto a Aritmética e a Teoria dos Números.
> A grande generalidade e simplicidade de suas regras torna a Aritmética acessível à mente mais obtusa. Na verdade, facilidade de cálculo é simplesmente um problema de memória, e os calculadores mais rápidos são apenas máquinas humanas, dos quais

> uma vantagem sobre a variedade mecânica é maior facilidade de transporte.
> Por outro lado, a Teoria dos Números é, de longe, a mais de difícil das disciplinas matemáticas. É verdade que a apresentação de seus problemas é tão simples que até mesmo uma criança compreende o que está em questão. Mas os métodos usados são tão individuais que as mais estranhas habilidades e a maior perícia são exigidas para buscar a maneira correta de abordar o problema. Aqui a intuição é campo livre. (DANTZIG, 1970, p.44)

A PN era abordada na então denominada Aritmética, mas seu estudo e compreensão pode ser via Teoria do Números. "Tirar os noves" ou realizar a "Prova dos Noves", em geral, é ensinada para verificar se os cálculos estão corretos. O que fazemos, na verdade, é obter o resto da divisão por nove de um número escrito na base decimal, isto é, retirar todos os possíveis noves desse número e ver o que sobra, isto é, o número que resta. Exemplo, para a adição:

- 1º Passo: Adicionam-se os algarismos que compõem os números referentes a cada uma das parcelas da adição e toda vez que uma soma parcial exceder 9, extrai-se 9 da mesma antes de continuar a adicionar os demais algarismos, obtendo-se, assim, para cada uma das parcelas, números inferiores a 9.

- 2º Passo: Adicionam-se, um a um, todos os números inferiores a 9 obtidos no passo anterior e, toda vez que uma soma parcial exceder 9, extrai-se 9 antes de continuar a soma, obtendo-se, assim, um número A inferior a 9.

- 3º Passo: O que foi feito para as parcelas é feito também para o resultado da adição, obtendo-se, assim, um número B inferior a 9.

- 4º Passo: Se A = B, então, a adição foi realizada "corretamente". Na verdade, o que temos é a extração de todos os 9 que o número possibilita e o que resta é um dos algarismos 0,1,2,3,4,5,6,7,8.

Exemplo: considere a adição 145 + 678 = 823 e verifiquemos se a soma está "correta" utilizando a PN.

- 1º Passo: Adicionam-se os algarismos que compõem os números referentes a cada uma das parcelas da adição: 1+4=**5**, 5+**5**=10, toda vez que uma soma parcial exceder , extrai-se da mesma antes de continuar a adicionar os demais algarismos, então

- 2º Passo: Continua somando o 1 aos algarismos da segunda parcela: 1+6=**7**, 7+**7**=14, 14-9=5,5+8=13, 13-9=4. Logo, *A*=4.

- 3º Passo: Faz se o mesmo com os algarismos do número resultante da adição realizada: 8+2=10, 10-1=9, 1+3=4 . Logo, *B*=4

- 4º Passo: Como o final dos "noves fora" realizado nas parcelas somadas (*A*=4) é igual aos "noves fora" do número resultante (*B*=4), diz se que a conta está "certa", (*A*=*B*)

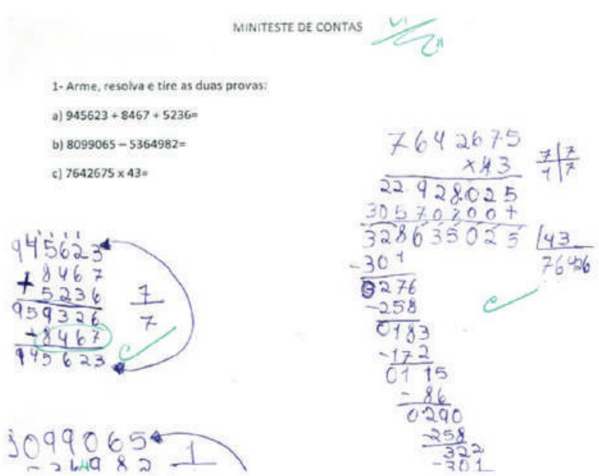
Normalmente é utilizado, um esquema do tipo:

$$\begin{array}{r} 145 \\ +\,678 \\ \hline 823 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

O mesmo procedimento segue para a operação multiplicação. Para realizar essa "prova" para a subtração e para a divisão, concatena-se às respectivas operações inversas.

Analisemos na fig.1, um exemplo dos cálculos e a validação deles em teste, por uma criança de 10 anos.

Figura 2: Protocolo de uma estudante do 5º ano . Apresenta a realização da "Prova dos Noves" e da prova real, 2013



Fonte: Avaliação de estudante

A figura 1 apresenta parte da resolução de um teste, como ferramenta avaliativa, cobrando da estudante a verificação por meio das duas provas Foi aplicado há 5 anos. Isso é um indicio de uma prática cultural recente. A maneira como está sendo resolvido os cálculos sugerem como foi ensinado.

Vamos analisar a decomposição decimal de 145:

$$145 = 100 + 40 + 5 = 1 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

Retirar os grupos de nove existentes nessa quantidade é a mesma coisa que retirá-los na sua decomposição, e por utilizarmos a base 10, ao retiramos todos os possíveis grupos de nove de 1×10^2 restará somente o 1. Restando então, na segunda parcela o 4 e por último, o 5 (como nessa parcela não temos a quantidade 9, então resta o que já está, 5.). Assim, é possível verificar que extrair os grupos de 9 de 145 é a mesma coisa que extrair os grupos de 9 da soma 1 + 4 +5. Logo, retirar tais grupos da adição,145 + 678, se torna subtraí-los do resultado 1 +4 + 5 + 6 + 8, e cada vez que encontramos um número acima de 9, subtraímos 9, até não ser mais possível. Por exemplo, 1 + 4 + 5, subtraindo um grupo de nove, resta 1. Continuando: 1 + 6 +7, retirando os grupos teremos 5, e assim por diante.

Esse procedimento é um dos fundamentos explicativos da ação: *tirar os noves da soma de cada parcela e do resultado.* É possível extrair os 4, os 8, os 2, etc., mas como utilizamos a base 10, fica mais simples retirarmos os grupos de 9.

Na verdade, tal "prova" está baseada na recíproca do teorema, que é falsa:

> Teorema: Se $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots = S$, então, o resto da divisão de S por n é igual ao resto da divisão da soma dos restos da divisão por de cada uma das parcelas.

A recíproca: Se, numa adição, o resto da divisão da Soma S por n for igual ao resto da divisão por n da soma dos restos da divisão por n de cada uma das parcelas, então, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots = S^1$, fundamenta a PN.

Notemos que se o resultado da nossa adição fosse, erradamente, . Ao subtrairmos os grupos de nove nos restaria 4. Utilizando e confiando na "prova", o cálculo estaria certo, pois

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}145\\678\end{array} \\ \hline 733 \end{array} \qquad \frac{4}{4}$$

Logo, a prova não é uma prova!

Uma intrigante consequência da ação de subtrair os grupos de nove é o chamado O Nove Misterioso (HEFEZ, 2006; ANDRADE,1986) que pode ser assim enunciado:

> Dado um número inteiro *N*, se fizermos uma permutação de seus algarismos, obtemos outro inteiro *N'*. Se alguém omitir um algarismo, que não seja , da diferença *N* - *N'* e me contar quais são os demais algarismos desta diferença, saberei sempre adivinhar qual foi o algarismo omitido. (ANDRADE,1986, p.01)

Exemplo: Crie um número por exemplo...578, permute seus algarimos, 785 e subraia, 587 - 785 que terá -207 como resultado. Suponha que você apresente dois algarismos resultantes: o 2 e o 0. Então eu digo, com certeza que o número omitido foi o 7.

Além de poder abordar o assunto via aritmética, podemos, na Licenciatura, avançarmos e fazer uma abordagem formalizada, sistemática, por meio de congruência módulo, divisibilidade, dentre outros.

Consideremos o teorema: Dados dois números inteiros $\boldsymbol{a}$ *e* $\boldsymbol{b}, \boldsymbol{b} > 0$, existe um único par de inteiros $\boldsymbol{q}$ e $\boldsymbol{r}$ tais que $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{qb} + \boldsymbol{r}$ com $0 \leq \boldsymbol{r} < \boldsymbol{b}$.

Esse teorema oportuniza uma discussão e aprofundamento sobre a questão da demonstração da existência e da unicidade do quociente e do resto na divisão entre dois números inteiros. A demonstração pode ser encontrada em livros como em Silva (2003).

Consequência do teorema**:** Dados os números inteiros $\boldsymbol{z}_1$ e $\boldsymbol{z}_2$, se dividirmos cada um deles por ***9*** obtemos $\boldsymbol{z}_1 = 9\boldsymbol{n} + \boldsymbol{r}_1$ com $0 \leq \boldsymbol{r}1 < \boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{z}_2 = 9\boldsymbol{m} + \boldsymbol{r}_2$ com $0 \leq \boldsymbol{r}_2 < \boldsymbol{m}$ com $\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2$ $\boldsymbol{Z}$ **.** Segue então que :

$$\boldsymbol{z}_1 + 2 = 9\boldsymbol{n} + \boldsymbol{r}_1 + 9\boldsymbol{m} + \boldsymbol{r}_2 = 9(\boldsymbol{n} + \boldsymbol{m}) + (\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2)$$

$$\boldsymbol{z}_1\,\boldsymbol{z}_2 = (9\boldsymbol{n} + \boldsymbol{r}_1)(9\boldsymbol{m} + r2) = 81\,(\boldsymbol{nm}) + 9\,(\boldsymbol{n}\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{m}\boldsymbol{r}_1) + (\boldsymbol{r}_1\,\boldsymbol{r}_2) =$$

e

$$= 9\,(9\boldsymbol{nm} + \boldsymbol{n}\,\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{m}\boldsymbol{r}_1) + (\boldsymbol{r}_1\,\boldsymbol{r}_2)$$

Assim, podemos concluir que:

$\boldsymbol{z}_1 + \boldsymbol{z}_2$ e $\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2$ quando divididos por 9 deixam o mesmo resto,

$\boldsymbol{z}_1\boldsymbol{z}_2$ e $\boldsymbol{r}_1\,\boldsymbol{r}_2$ quando divididos por 9 deixam o mesmo resto.

Uma técnica similar e menos conhecida é a "prova do onze", baseada no fato de que $10^n \equiv (-1)^n (\text{mod } 11)$

A PESQUISA

Um mapeamento nos conduziu a poucos trabalhos nessa temática. Analisei em torno de nove livros didáticos atuais, seis do ensino fundamental e três de Teoria dos Números do ensino superior. Além disso, consultei documentos curriculares oficiais dos estados de São Paulo, Minas Gerais e Sergipe.

Observei que, nos livros didáticos e nos documentos curriculares da Educação Básica consultados, não há qualquer referência à PN. Dentre os três livros do Ensino Superior analisados, apenas Hefez (2006) dedica um exemplo, no capítulo 9 - *Congruências*, no qual o autor após explicar como é calculada a PN, demonstra a veracidade da condição necessária por meio da congruência módulo 9. Termina assegurando "nada podemos afirmar quanto à exatidão da operação efetuada, mas podemos garantir que a nossa conta tornou-se mais confiável por ter passado por um teste." (p.121).

Me auxiliou nessa busca dois artigos publicados na Revista do Professor de Matemática: Rodrigues (1989) e Andrade (1986), além de um paradidático de Watanabe (1990). Rodrigues (1989) trata diretamente da PN - sua técnica, como funciona e mostra porque a PN pode falhar, isto é, ela não é suficiente para garantir que os cálculos estão corretos. Watanabe apresenta uma abordagem informal, própria para crianças e adolescentes, mas que suscita a curiosidade matemática. Em um levantamento nos Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) deparei com um trabalho de Miguel e Souza (2006) - *Um estudo sobre o processo de obsolescência de uma prática cultural: a prova dos noves* e por meio da bibliografia localizamos a tese de doutorado de Souza (2004) - *A prática social do cálculo escrito na formação de professores: A história como possibilidade de pensar questões do presente,* porém ela aborda superficialmente o ensino, a aprendizagem e uma historicidade da PN.

Após essa revisão e por meio de algumas conversas informais me senti impelida a investigar o que alguns estudantes, de Licenciatura em Matemática da região onde eu trabalhava e que aprenderam e utilizaram muito essa prova nas séries inciais, conheciam sobre tal assunto.

Os sujeitos da pesquisa foram estudantes de um mesmo curso de Licenciatura em Matemática frequentando do 5º ao 8º semestres, com idades entre 19 a 23 anos. A coleta de dados foi feita por meio de questionários, observações e registros das discussões em sala de aula.

Na 1ª etapa da coleta, apliquei um questionário a 26 alunos(as) com o intuito de conhecer o que os estudantes tinham visto até aquele momento sobre o tema. O quadro a seguir, apresenta as questões.

Quadro 1: Questionário aplicado a 26 sujeitos

1.Você aprendeu a "Prova dos Noves" no ensino fundamental? Há quanto tempo?
2. Você se lembra de como se tira a "Prova dos Nove"?
3. Arme, efetue e tire a prova dos nove da adição: 145+678.
4. Você sabe explicar qual o significado dela, da "Prova dos Noves"? Qual a justificativa para sua utilização?
5. Aqui na universidade você viu isso em alguma disciplina? Relate como foi e com qual profundidade. Qual a inter-relação com a que você aprendeu na escola, qual foi a discussão em torno desse tema, em qual disciplina?
6. Você sabe dizer se nas escolas particulares e públicas de ensino fundamental é ensinado esse tipo de "prova"?
7. Você conhece outros nomes atribuídos a esse tipo de "prova"?

A análise das respostas à questão 5, aponta que 20 manifestaram já terem tido contato com a PN na universidade, "já sabiam alguma coisa sobre ela", pois esse assunto havia sido "citado."

Tal fato provocou-me ainda maior interesse em analisar a compreensão deles e despertou neles muita curiosidade. Apliquei outro questionário, o qual constituiu a 2ª etapa da coleta. Ele foi aplicado aos participantes que declararam já ter visto algo sobre a PN na universidade.

Quadro 2: Questionário aplicado a 20 sujeitos

1.Você já viu alguma coisa relacionada à "prova dos nove" aqui na universidade? Se sim, em qual disciplina?
2. Você já fez Estruturas Algébricas I? Se sim, dia se o(a) professor(a) abordou a "prova dos nove"? (conteúdos abordados)

Na 3ª etapa realizei uma oficina onde as discussões se basearam na leitura e análise de textos, totalizando por volta de 10 horas.

ALGUNS RESULTADOS

Nossa discussão passou pela questão histórica da prática escolar da "Prova dos Noves". Por isso um levantamento foi realizado sobre alguma história desse conteúdo nos livros didáticos. Além, dos livros obtidos pela *internet*, livros *on line*, fiz um levantamento nos sebos e, dessa forma, algumas obras foram obtidas e levadas para os alunos conhecerem e manusearem. O objetivo era que eles percebessem o quanto é antigo tal método e conduzi-los a uma comparação com os livros e orientações curriculares atuais.

Eles nunca tinham tido a oportunidade de refletir sobre o que era ensinado a eles: validade do conteúdo, como ele era abordado em outros estados, como era, ou não, abordado em outros livros didáticos. Inclusive em livros adotados em algumas escolas, em geral, já não abordava tal conteúdo há mais de 50 anos.

1ª etapa

Dos 26 participantes somente 1 disse não se lembrar se aprendeu ou não a PN, 25 disseram ter aprendido desde a 3ª até a 5ª série.

No item que era solicitado armar, efetuar e tirar "Prova dos Noves" da adição 145+678, a análise das explicações apresentadas foi subdividida em duas categorias, *Representações* e *Descrições,* e 20 dos 26 conseguiram "tirar a prova".

Representações

Destaco alguns registros da explicação de como foi realizada a "prova".

- "1+4=5+5=10=1", ou similar, para referir à retirada dos noves da primeira parcela da adição proposta;

- quase todos utilizaram o traço colocado ao lado da adição proposta, , e foi considerado por 4 estudantes como uma representação fracionária, utilizaram expressões como "o numerador deu 4, então o denominador também tem que dá 4 para a conta estar certa".

-"soma-se as parcelas e tira os noves-fora e anota, depois faz o mesmo com o total e anota, se der os mesmos valores a conta está correta"

Isso pode ser um indício do quão mecânico foi o ensino e a aprendizagem dessa técnica, isto é sem fundamento matemático, ou pelo menos ausência de justificativas e utilização errônea da linguagem matemática, seja por descuido ou mesmo por um costume que pode ter sido originado na própria maneira como os seus professores ensinaram.

Descrições

Os respondentes apresentaram dificuldades em registrar suas explicações, mas somente 4 não exibiram. Surgiram várias anotações, mas nenhuma fundamentada em pensamento matemático lógico, todos registraram exatamente o algoritmo que foi utilizado, até mesmo com terminologias sem significado como:

- "soma todas as parcelas de dois em dois e se for igual a 9 não o considera mais e começa a somar de novo...."

- "...quando soma os números e dá 9, começa a contar o número novamente, ex:1+4+5=1+9, o nove equivale a zero, ficará 1"

- "soma a primeira parcela nos fora a 1..."!

- " ...só trabalhamos com unidades..."

- "...4+5=9, então substituímos por 0"

- "Soma os números da horizontal: 1+4+5=10, como dá 10, soma 1+0=1 e continua somando: 1+6+7=14 soma novamente 1+4=5, soma 5+8=13 1+3=4 coloca na parte de cima do traço e faz o mesmo com o resultado"

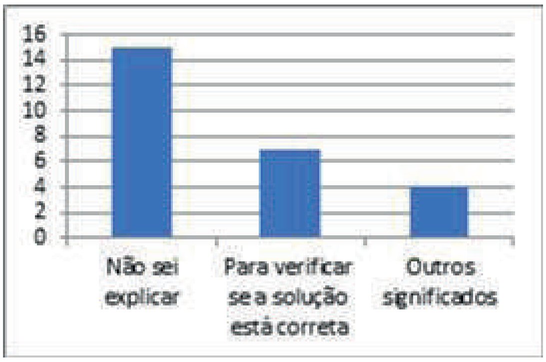
- "...se eu somar 2 termos e obtiver 9 ele equivale a 0, ou seja, como me ensinaram 'nove nos fora a 0'."

- " me diziam que quando o numerador dava igual ao denominador a conta estava correta".

O fato de os participantes não apresentarem argumentações escritas plausíveis, contundentes e lógicas, pode ser pela razão de eles não terem argumentos explicativos. No decorrer do tempo, alguns manifestavam que podiam até falar sobre aquilo, "mas escrever era mais difícil".

No item 4, do mesmo questionário, as respostas foram inseridas segundo as características: *Não sei explicar*; *Para verificar se a solução está correta* e *Outros significados* (gráfico 1)

Gráfico 1: Dados numéricos em relação às respostas à pergunta: Você sabe explicar qual o significado dela, da “Prova dos Noves”? Qual a justificativa para sua utilização?



Fonte: Elaboração da autora

Em relação à característica *Outros significados* obtivemos como respostas: “o significado é aprender a representação dos números da base 10 para a base 9”; “que quando soma os números e o resultado equivale a nove. É como se zerasse e iniciasse de novo a contar” e “deve ser devido a base 10.” Observamos que, na verdade, nenhum aluno soube dar uma real explicação, parece que eles repetiram o que foi dito pelos seus professores do ensino fundamental I, que eles deveriam fazer daquele jeito mecânico, aprenderam como um algoritmo sem preocupação em, pelo menos, justificar.

O item 5, é similar ao que foi abarcado na 2ª etapa da pesquisa, mas isso foi proposital, tendo em vista o interesse repentino deles em retomar o assunto. Nesse momento inicial somente 3 alunos disseram que viram alguma coisa relacionada, mas como base numérica, na disciplina Matemática para Ensino Fundamental. Afirmaram que “não houve uma explicação sobre a ‘Prova dos Noves’”, “somente alguma coisa relacionado à base 9”, “que foi feito apenas um comentário.”

No item 6 quase todos afirmaram (22 respondentes) que nas escolas particulares e públicas de ensino fundamental I é ensinado esse tipo de “prova”; 3 disseram que só tinham certeza que na época deles era ministrado e 1 não soube dizer. Em relação a outros nomes atribuídos a esse tipo de “prova”, foram elencados: “Nos fora”; “zero não sora”; “nove nos fora”; “nove nos fora a zero” e “nus fora.”

2ª etapa

Uma semana um segundo questionário foi aplicado, contendo duas questões, parecidas com a do primeiro (qd.2). Foram 20 participantes e 14 responderam que *sim* em ambas as perguntas. Dividimos as respostas em duas classes: já tinham cursado *uma disciplina de Álgebra Abstrata* e *estavam cursando tal disciplina*.

Já tinham cursado uma disciplina de Álgebra Abstrata

Os respondentes afirmaram não ter visto nada a respeito sobre tal tema nessa disciplina.

Estavam cursando tal disciplina

As respostas foram variadas, mas todos responderam que tinha sido abordado recentemente o tema, na ocasião que era ministrado o conteúdo de classes de equivalências. A maioria comentou a superficialidade da abordagem.

Uma discussão sobre a “Prova dos Noves” pode parecer retrógrada e inútil, mas quando nos deparamos com o seu ensino e sua aprendizagem e ainda mais, em cursos de Licenciaturas em Matemática e se pensarmos nas possibilidades de questionar o contexto e aproveitar para aumentar o conhecimento matemático dos estudantes, então a reflexão não é obsoleta e inútil, ela se torna não só pertinente, mas também necessária.

Na próxima etapa apresento uma síntese das reflexões com o intuito de destacar alguns acontecimentos matemáticos culturais que passam desapercebidos e que podem ser ocasiões para pensarmos sobre o que estamos ensinando tanto da educação básica quanto na licenciatura.

3ª etapa: as demonstrações, discussões, posicionamentos.

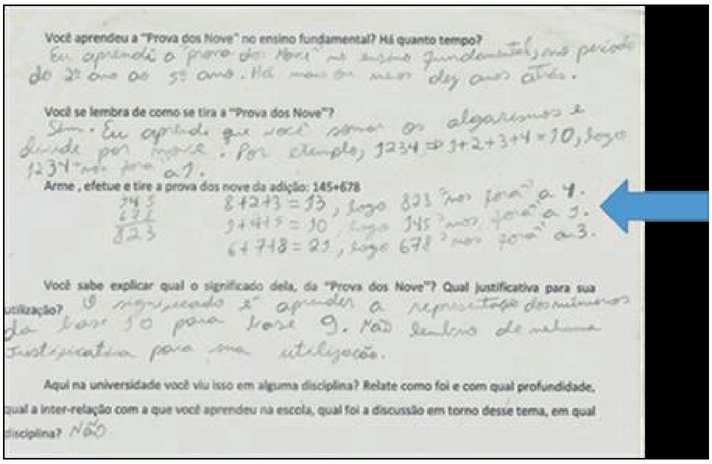
Iniciei a discussão apresentando o livro de 1914 (VIANNA, 1914); o capítulo sobre “Prova dos Noves.” Perguntei se nos livros recentes, os quais eles estão acostumados a utilizar para ministrar aulas, apresentavam PN.

Comentei que o jargão *Prova dos Noves* significa algo que aponta para a verdade absoluta. Apresentaei um número, solicitei a decomposição dele na base decimal, expliquei o porquê de se ele for dividido por nove, então o número decomposto também será. Perguntei os significados de dividir um número por 9. Uma aluna respondeu que seria “quantas parcelas de 9 eu poderia tirar dele”, isto é, tirar parcelas de nove. Discutimos sobre o resto: O que sobraria depois de tirarmos parcelas de 9 dos números com base 10? Transferimos essa linguagem para congruência módulo *m*, por exemplo, $10 \equiv 1 \bmod (9)$, então

$10^2 \equiv 1 \mathrm{mod}\ (9)$ e assim por diante. Analisamos, então que, por exemplo, o número 3842 = 3 x 10^3 + 8 x 10^2 +4x 10+2 será divisível por 9 se 3+8+4+2 for divisível por 9. Questionei se o 3842 seria divisível por 3 e depois de algumas discussões eles chegaram a conclusão que seria porque $10 \equiv 1 \mathrm{mod}(3)$.

Alguém perguntou se $10 \equiv 1 \mathrm{mod}(27)$, respondi que não, pois estávamos tratando de números inteiros; isto é 9 divide 27, mas 27 não divide 9, no conjunto dos números naturais ou inteiros. Tiveram dificuldade em entender a expressão do porquê de *4 noves fora dá 0* (ou na expressão utilizada por alguns “nos fora a 4”)(fig. 2). Depois de algumas discussões eles entenderam que 9 dividido por 4 dá zero no quociente e resto 4, em outras palavras, $4 \equiv \mathrm{mod}(9)$.

Figura 3: Protocolo de um(a) participante da pesquisa


Você aprendeu a "Prova dos Nove" no ensino fundamental? Há quanto tempo?

Eu aprendi a "prova dos Nove" no ensino fundamental, no período do 2º ano ao 5º ano. Há mais ou menos dez anos atrás.

Você se lembra de como se tira a "Prova dos Nove"?

Sim. Eu aprendi que você somar os algarismos e divide por nove. Por exemplo, 1234 ⇒ 1+2+3+4=10, logo 1234 "nos fora" a 1.

Arme, efetue e tire a prova dos nove da adição: 145+678

145
678
823

8+2+3=13, logo 823 "nos fora" a 4.
1+4+5=10, logo 145 "nos fora" a 1.
6+7+8=21, logo 678 "nos fora" a 3.

Você sabe explicar qual o significado dela, da "Prova dos Nove"? Qual justificativa para sua utilização? O significado é aprender a representação dos números da base 10 para base 9. Não lembro de nenhuma justificativa para sua utilização.

Aqui na universidade você viu isso em alguma disciplina? Relate como foi e com qual profundidade, qual a inter-relação com a que você aprendeu na escola, qual foi a discussão em torno desse tema, em qual disciplina? Não

Fonte: Respostas de um questionário aplicado a estudantes de Licenciatura em Matemática

Formalizei, isto é considerando e , inteiros positivos, a decomposição decimal é expressa por:

$$n = 10^m\, a_m + 10^{m-1} a_{m-1} + \cdots + 10^1\, a_1 + a_0$$

Se for divisível por 9, então sua decomposição também será, logo como o resto da divisão de por 9 é 1, temos que a soma dos , i = 0,1,...,, deverá ser divisível por 9 e o mesmo acontece com a divisão por 3. Em outras palavras, para que um número , inteiro positivo, seja divisível por 9 é necessário e suficiente que a soma dos seus algarismos também seja.

Alguns ficaram surpresos com outros livros apresentados (TRAJANO, 1948, 1959) onde somente um apresenta a “Prova dos Noves”, a edição mais recente. Ficaram intrigados e comentavam sobre porque já não se usa mais essa prova em outros lugares e ali continuava, na comunidade deles, a ser tão cobrada.

Comentei sobre a estreita ligação entre a divisibilidade e essa prova. Eles se questionavam porque os professores nunca tinham comentado com eles sobre a falha da prova e ainda mais que eles usavam a recíproca, não válida, de um teorema. Questionaram também sobre o tipo de matemática avançada que existia por trás e que eles acreditavam que “nem os professores sabiam dar uma explicação” e se soubessem não davam às crianças.

Senti neles uma espécie de desilusão e chegaram a comentar que estavam “desaprendendo” tanta coisa que já nem sabiam mais em quem acreditar. Somente uma aluna parecer ter conseguido compreender, razoavelmente, a demonstração do teorema. Depois de demonstrado em sala de aula percebemos ainda muita insegurança e certo medo de perguntar, tendo em vista aquele sentimento de “já não sei mais nada!!”. Queriam copiar tudo, mesmo que dissesse que não era preciso. Alguns se mostraram tão interessados que foram atrás de alguns livros de Teoria dos Números para checarem comentários realizados em sala de aula.

Retomei a demonstração do teorema 1 e debatemos ainda a possibilidade de proceder a “Prova dos Quatros”, “Dos Três”, “Dos 7”, concluindo que o fato da divisibilidade por 9 e 3 serem iguais então, a “Prova dos 3” “poderia” ser realizada, mas teríamos possibilidades para resto somente 0, 1, 2. Contudo, tirar os 3 de um número é mais complicado tendo em vista que a base que trabalhamos é a 10, restando apenas 1ou 0 quando se extrai os noves.

Comentei que até poderia ser realizada a “Prova dos Quatros”, mas a técnica seria diferente da PN, pois um número n , na base 10, $n = a_m a_{m-1} \ldots a_1\, a_0$ é divisível por 4 se e somente se $2\, a_1 + a_0$ é divisível por 4. (SAMPAIO; CAETANO, 2009). No entanto, se nossa base fosse 5 o critério de divisibilidade por 4 seria análogo ao de 9 e 3. Comentaram que era “muita coisa” por trás dessa PN.

As frases finais expressaram a surpresa deles com tudo que tinha sido discutido:

> -“ e agora com nós vamos fazer?”
> - “Nós vamos ensinar ou não a “Prova dos Noves?”
> - “Como a senhora faria, nessa situação?”
> Eu respondi: “- Eu não ensinaria a PN! Dessa forma não! Poderia até ensinar, mas não cobraria tanto, não como prova e com essa demanda de tempo!”
> *Alguns contestaram; “- Não tem como não ensinar!”; “Todo mundo ensina assim e nós também temos que ensinar assim!”; “É como se fosse uma coisa passada de pai para filho, nos ensinam e nós repetimos sem questionar”; “É assim na escola! Nossa professora aprendeu*

> *assim, a professora dela e nós também";*
> *Eu comentei: "-É como se vocês aprendessem que 'chupar manga e tomar leite depois ou vice-versa faz mal'? Então todos acreditam e não fazem isso, não permitem seus filhos fazerem a assim por diante?." "–É!", muitos responderam.*

Observamos então que, muitas vezes, a própria acomodação dos estudantes e dos professores faz com que a matemática aconteça desprovida de significado, de justificativas, de demonstrações, de contextualização, enfatizando o puro algoritmo e não sua validade ou, pelo menos, o porquê.

CONSIDERAÇÕES

Não tive aqui como objetivo principal analisar ou interpretar culturas e/ou práticas socioculturais, mas sim refletir sobre o que e como ensinamos aos nossos alunos, em especial, os da Licenciatura em Matemática. Acreditamos que temos muitas oportunidades de trazer sim as práticas culturais deles para reflexão e debate sobre o processo de apropriação dessas práticas. Além disso, consideramos um ciclo que pode ser vicioso, ensinamos assim, eles aprendem assim e ensinarão assim.

O debate sobre a PN certamente, em um primeiro momento, os tirou da "zona de conforto", desestabilizou a maioria deles, sem o que não lograríamos nosso intento de propiciar uma evolução de seus saberes, pois pode ter gerado uma confusão na cabeça deles, isto é uma quebra com uma crença tão enraizada. Mas o objetivo era chamar a atenção, principalmente da maneira acomodada de aprender e, às vezes, de ensinar.

Acredito que aproveitar tal prática pode ser uma boa chance para ajudá-los a entender melhor divisibilidade, seus critérios, base de numeração, congruência módulo *m*, além de classe de equivalência e outros conteúdos correlacionados e, é claro, a refletirem sobre como eles estudam, como questionam. Nesse mesmo sentido, as regiões geopolíticas brasileiras, possuem características de medidas diferentes e que também valeria a pena investigar e contextualizar: viajar pela matemática por meio do mundo deles. Afinal de contas a maneira de medir leva-nos a espaços topológicos diferentes, assim como a maneira de contar leva-nos a sistemas de numerações variados e diferentes teorias de números.

Ressalto que para mim a transposição didática, interna ou externa, é submetida a fatores como a cultura; a influência social; as pressões das comunidades; o psicológico, pois envolve professor, aluno, circunstâncias variadas e cotidianas; o epistemológico; o didático; o histórico e o político, pois há um jogo de interesses e crenças por trás de todo o sistema escolar. Vemos, no caso da "Prova dos Noves", todos esses fatores envolvidos e apenas reiteramos a oportunidade que os cursos da licenciatura têm para debater conceitos matemáticos de forma mais social e direcionado aos contextos locais, culturalmente construídos e transpostos.

A Teoria dos Números está repleta de um pensamento matemático mais complexo e avançado, e restrito ao ensino superior ou à pós-graduação, mas também pode se valer desse pensamento desde as bases da matemática elementar, pois elas fazem parte de um dos sustentáculos de um conhecimento que vai sendo construído, podendo fomentar conceitos matemáticos mais elaborados e localizados na cientificidade. O desenvolvimento do pensamento matemático é um processo evolutivo e sua natureza poderia ser estudada tanto quanto a conduzir a um ensino coerente em direção a um pensamento matemático avançado, isto é, estudar no ensino fundamental I uma "prova" baseada em extração dos noves de um número escrito na base 10, utilizando a decomposição decimal, pode ser um momento para "desmontar" um número, para analisar melhor o processo de operar e aumentar o conhecimento matemático dos estudantes. Na licenciatura, essa mesma "prova", pode ser estudada utilizando um conhecimento formal seja de base numérica, de classes de equivalências, de congruência módulo *m* e de divisibilidade.

Considero que no ensino superior, em um curso de Licenciatura em Matemática os professores podem interdisciplinar e contextualizar com outros conteúdos típicos de formalização e da linguagem matemática adequada ao nível escolar. No curso de Pedagogia, podemos até discutir tal assunto utilizando o mesmo contexto e linguagem que no ensino fundamental I - nada além da abordagem da decomposição de um número inteiro positivo na base 10. Nesse espaço podemos até comentar sobre tirar os noves desse número decomposto, restando apenas os algarismos e relacionar isso à divisibilidade por 9. Contudo, é importante mostrar que nem sempre ela é válida. Pode ser que esse tipo de ação favoreça uma reflexão de uma matemática que faça sentido, que não é fruto de "mágica" ou "mistérios" e nem de pura "aceitação"!

REFERÊNCIAS

ANDRADE, A. O nove misterioso. *Revista do Professor de Matemática 05.* Rio de janeiro: SBM,1986.

BRUCKHEIMER, M.; OFIR R. e ARCAVI A. The case for and Against " Casting out Nines". *For learning of Mathema-*

tics, 15(2), june 1995.

CHEVALLARD, Y. *La Transposition Didactique: Du Savoir Savant au Savoir Ensigné*. Grenoble, La pensée Sauvage, 1991.

DANTZIG, T. *Número: a linguagem da ciência*.Traduzido por Sergio Goes de Paula Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

HEFEZ, A. *Elementos de Aritmética*. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MIGUEL, A.; SOUZA E. S. Um estudo sobre o processo de obsolescência de uma prática cultural: a prova dos noves. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). *Anais do III SIPEM*. Águas de Lindóia, SP. 2006.

_________. *A prova dos nove: um estudo sobre o processo de obsolescência de uma pratica cultural.* Relatório de Pesquisa. Campinas (SP): Faculdade de Educação Unicamp, 2008, pp. 1-40.

MINAS GERAIS. *Proposta Curricular Matemática Ensino Fundamental e Médio- Conteúdos Básicos Comuns* (CBC). [2007?]. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais.

SÃO PAULO. *Orientações Curriculares do Estado de São Paulo*. Língua Portuguesa e Matemática. Ciclo I. Secretaria de Educação. 2008.

SILVA, V.V. *Números: construção e propriedades*. Goiânia: UFG, 2003.

SERGIPE. Secretaria de Educação. *Referencial Curricular da Educação Básica.* Sergipe: SEED, 2011. Disponível em: <http://www.seed.se.gov.br/arquivos/Referencial

_Curricular_v08.pdf>. Acesso em: agosto de 2011.

RODRIGUES, F.W. *Revista do Professor de Matemática 14*. Rio de janeiro: SBM,1989.

VIANNA, J.J.L. *Elementos de Arithmetica.*Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1914.

TRAJANO, A. *Aritmética Progressiva* (curso superior). Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1948.

________. *Aritmética Progressiva* (curso superior). Rio de Janeiro: Francisco Alves. 1959.

WATANABE, R. *Na terra dos Noves-Fora*. Coleção Vivendo a Matemática. São Paulo: Sicipione.1990

http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/cursos/el654/alunos/kleber/provadosnove.pdf

SINGULARIDADES E SUBJETIVIDADES DO PIBID NA ÁREA DE MATEMÁTICA COMO OBJETO DE PESQUISA

Denize da Silva Souza[1], Eressiely Batista Oliveira Conceição[2] e Laerte Fonseca[3]

Submetido em 27/09/2017; Aceito em 27/10/2017

RESUMO: Este texto apresenta um mapeamento sobre estudos realizados acerca de aspectos do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência/PIBID-Matemática como objeto de estudo, fazendo parte de uma primeira revisão bibliográfica da pesquisa de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, desenvolvida na Universidade Federal de Sergipe. Esta pesquisa tem ênfase na relação com o saber de bolsistas de iniciação à docência que participaram do referido Programa nessa instituição, caracterizado como um grupo focal que ainda mantém suas atividades em um projeto de extensão de formação continuada para professores alfabetizadores de algumas redes públicas municipais de diferentes cidades sergipanas. Para tanto, tomamos como base os estudos de FIORENTINI et al. (2016) para compor o corpus desta inquirição. O mapeamento nos permitiu conhecer e compreender melhor o que os estudos revelam sobre as ações de bolsistas na área de Matemática – concepção de formação – , por exemplo, conforme os pressupostos teórico-metodológicos utilizados, além de outras singularidades.

PALAVRAS-CHAVE: PIBID-Matemática. Formação inicial. Formação continuada.

ABSTRACT: This paper presents a mapping of studies carried out on aspects of the Institutional Program of Teaching Initiation Grants/PIBID-Mathematics as an object of study, being part of a first bibliographic review of the master's research in Teaching Science and Mathematics, developed at the University Federal University of Sergipe. This research has an emphasis on the relationship with the knowledge of scholarship recipients who participated in the mentioned Program in this institution, characterized as a focal group that still maintains its activities in a project of extension of continuing education for literacy teachers of some public municipal networks of different Sergipe cities. For this, we take as base the studies of FIORENTINI et al. (2016) to compose the corpus of this inquiry. The mapping allowed us to know and understand better what the studies reveal about the actions of fellows in the field of Mathematics - conception of formation -, for example, according to the theoretical and methodological assumptions used, besides other singularities.

KEYWORDS: PIBID-Mathematics. Initial formation. Continuing education.

1 Doutora em Educação Matemática – UNIAN-SP. Professora do DMA/UFS e do PPGECIMA/UFS. Coordenadora do PIBIC/COPES/UFS. Pesquisadora de Grupos de Pesquisa: EDUCON/CPNq/UFS; neuroMath/IFS; e NÚPITA/UFS. Email: denize.souza@htomail.com

2 Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPGECIMA/UFS, sob a orientação da Profª Denize da Silva Souza/UFS e Co-orientação do Prof. Dr. Laerte Fonseca/IFS; Graduanda em Licenciatura em Química/IFS. Membro dos Grupos de Pesquisa: GEPED/PIO X; EDUCON/CNPq/UFS; neuroMATH/IFS. E-mail: sielymetal@gmail.com

3 Pós-Doutorado e Doutorado em Educação Matemática (UNIAN-SP/BR e UCB Lyon I/FR); Professor Titular de Educação Matemática do Instituto Federal de Sergipe (IFS/Campus Aracaju); Professor Homenageado: **Título de Honra ao Mérito pelas valiosas contribuições prestadas ao IFS** (REITORIA/IFS); Professor Permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPGECIMA/UFS);Coordenador do GEPEM – Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática (IFS); Coordenador do neuroMATH – Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática (IFS). E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br

INTRODUÇÃO

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, durante a última década (2009 – 2018) foi uma ação da Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC), cujo propósito fomentou a relação teoria e prática, aproximando universidades e escolas públicas da educação básica, por todo o país. Por meio de editais, o Programa foi lançado em 2007, dando prioridade às áreas de Matemática e Ciências (Biologia, Física e Química). No entanto, suas atividades iniciaram a partir de 2009, com 3.088 (três mil e oitenta e oito) bolsas, havendo expansão posterior não somente em número de bolsas, mas para todos os níveis e modalidades da educação básica, incluindo também outros componentes curriculares (BRASIL, 2009; 2010).

Na Universidade Federal de Sergipe (UFS), entre as vinte e sete licenciaturas oferecidas nos três *campis* (São Cristóvão, Itabaiana e Laranjeiras), foram desenvolvidos 26 (vinte e seis subprojetos), sendo dentre eles, 02 (dois) na área de Matemática (um no *Campus* de São Cristóvão e o outro em Itabaiana). O subprojeto realizado em São Cristóvão envolveu 04 coordenadores de área (sendo eles, docentes do Departamento de Matemática deste *Campus*); 08 professores supervisores (licenciados em Matemática e lotados em escolas públicas estaduais em diferentes municípios sergipanos – Aracaju e municípios circunvizinhos) e, em princípio, contando com a participação de 64 bolsistas de iniciação à docência, os quais passaram a um total aproximado de 80 licenciandos, incluindo voluntários. Esse contexto foi tomado pela amplitude do Programa, a partir de 2014, principalmente, no curso de Matemática Licenciatura, por haver um entrelaçamento de ideias e atividades entre o PIBID e disciplinas da área de ensino[1].

> Na primeira edição, quarenta e três instituições participaram. Atualmente em 2014, são duzentas e oitenta e quatro instituições que implantaram o programa. Esse crescimento deu-se devido à relevância que o programa obteve, na melhoria da formação dos bolsistas como também para os docentes da Educação Básica e docentes formadores nas licenciaturas (POLICARPO *et al*., 2014, p. 02).

As ações do Programa no subprojeto PIBID-Matemática/UFS/SC[2] não se restringiam apenas aos objetivos de aproximar universidade e escola, para além dessas ações de conceder bolsas apoiando alunos de licenciatura para iniciar o exercício da sua docência, valorizar o magistério e contribuir para elevar o padrão de qualidade da educação básica; o PIBID-Matemática/UFS/SC teve um alcance além do esperado, sobretudo nas disciplinas de Estágio Supervisionado, nas quais, ao contar com bolsistas desse Programa, conseguia-se obter um trabalho de coletividade e criatividade.

Para este texto, nossa abordagem teve como objetivo apresentar um mapeamento sobre as singularidades e subjetividades nesse Programa (área de Matemática) como objeto de estudo, garimpando em diferentes regiões brasileiras. A iniciativa decorreu do interesse em investigar um dos subgrupos dessa área que integrava ao subprojeto no Campus São Cristóvão. Trata-se de uma pesquisa de mestrado em andamento[3], cuja questão é estudar e analisar como é construída a relação com o saber no processo formativo de licenciandos em Matemática da UFS ao participarem do PIBID-Matemática/UFS/SC.

Convém explicitar que parte dos bolsistas integrantes desse subgrupo, também se constituiu como um grupo de bolsistas envolvido em um dos projetos de extensão dessa universidade, realizando Oficinas de Matemática para professores alfabetizadores de redes municipais de ensino. Mesmo com o término do Programa, o grupo continua com suas ações no projeto de extensão, configurando-se como grupo focal da pesquisa que ora apresentamos.

Frente ao aceleramento das transformações sociais e culturais, realizar pesquisas sobre o PIBID – além de diagnosticar percalços com o intuito de romper obstáculos no ensino, dando visibilidade às necessidades de alunos e professores da educação básica – também, se faz necessário analisar e avaliar essas pesquisas para obter compreensões e novos aprendizados.

Estudos como dissertações e teses têm mostrado que os cursos de formação inicial podem colaborar com este papel da pesquisa, quando esses espaços são aproveitados para conhecer as crenças, as concepções, as práticas dos professores e, mais ainda, contribuindo para possíveis mudanças ao rever suas atitudes e postura em sala de aula, sejam enquanto futuros professores, no caso dos bolsistas, sejam também os professores su

1 As disciplinas da área de ensino, assim como denominadas neste curso, têm natureza de cunho pedagógico alicerçadas nos pressupostos da Educação Matemática, sendo as mais próximas às atividades do PIBID: Metodologia do Ensino de Matemática; Laboratório de Ensino de Matemática; História da Matemática; Estágios Supervisionados em Ensino de Matemática (I; II; III) e Prática de Pesquisa (com elaboração e desenvolvimentos de projetos de pesquisa referentes aos Trabalhos de Conclusão de Curso).

2 PIBID-Matemática/UFS/SC, leia-se como Programa Institucional de bolsas de Iniciação à Docência na área de Matemática/Universidade Federal de Sergipe/Campus São Cristóvão.

3 Esta pesquisa integra-se ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIMA/UFS.

pervisores da educação básica.

Ao considerarmos o contexto da pesquisa em andamento ser de um subgrupo do PIBID, cujos resultados refletem contribuições para formação inicial de professores de Matemática, vimos como propósito inicial, fazer um levantamento dos estudos já realizados no período compreendido de 2009 a 2018, observando-se, ano de início e término das atividades desse Programa, em nível nacional[1].

O levantamento apresentou um caráter de mapeamento, visto que buscamos descrever aspectos de um campo de estudos, incluindo neles, além da identificação, sua localização geográfica, tempo, espaço e campo de conhecimento (FIORENTINI *et al*, 2016). Em outras palavras, entendemos como mapeamento de pesquisa, um processo sistêmico de levantamento e descrição de dados de pesquisas produzidas sobre um campo de estudo, como é o caso do Programa Institucional de Bolsas de iniciação à Docência (PIBID) na área de Matemática, abrangendo assim, um lugar e período.

Assim, tomamos como referência o banco de dados da CAPES, por ser a agência mantenedora do referido Programa em estudo. Iniciaremos apresentando o percurso metodológico, a partir do processo de composição do *corpus* da pesquisa. Em seguida, faremos uma descrição quanto aos aspectos físicos das pesquisas nacionais localizadas por meio de 03 (três) categorias: PIBID e relação com o saber no ensino de Matemática, PIBID e formação inicial no ensino de Matemática e PIBID e formação continuada no ensino de Matemática.

Desse modo, as palavras-chave escolhidas como categorias para mapear pesquisas sobre o tema, remetem à questão de pesquisa, apontando a teoria norteadora (relação com o saber); questões sobre formação inicial e o PIBID como, também, sobre formação continuada, com o intuito de descobrir outros grupos que também tenham realizado ações da mesma natureza do grupo em investigação.

O PROCESSO DE COMPOSIÇÃO DO *CORPUS* DA PESQUISA

As pesquisas realizadas pelo GEPFPM[2] “apontam para diversos contextos e aspectos relativos à vida, à prática, ao pensamento, aos saberes, às crenças, às concepções do professor que ensina matemática, bem como do formador de professores” (FIORENTINI *et al.*, 2016, p.24). Desses estudos, também são revelados aspectos quanto à formação do professor e futuro professor, o trabalho em sala de aula, aprendizagem profissional, a construção de sua identidade professoral.

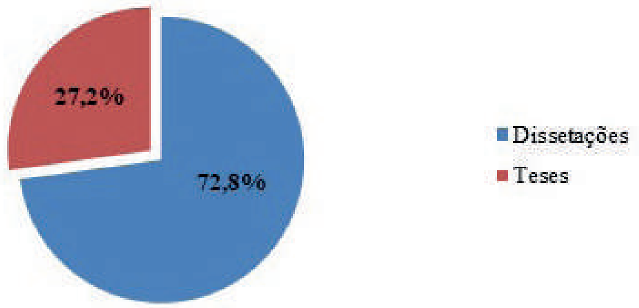
Não muito diferente, as pesquisas que abordam sobre o PIBID-Matemática apontam diversos contextos do cotidiano educacional, também revelando aspectos da formação inicial e continuada dos atores envolvidos nesse Programa. Contudo, para obter tais dados, alguns empecilhos dificultaram o acesso aos trabalhos como, por exemplo, a indisponibilidade do trabalho completo no banco de dados da CAPES. Outros fatores referem-se aos objetivos e fundamentação teórica, os quais não sendo apresentados com clareza nos Resumos, fez-se necessária a leitura de outras seções do trabalho ou dele na íntegra para melhor entender a pesquisa.

A partir desse processo de construção do *corpus* de pesquisas acadêmicas sobre o objeto de estudo, obtemos um conjunto de 22 (vinte e dois) trabalhos (16 dissertações de mestrado e 06 teses de doutorado) produzidos no período de 2012-2017 em diferentes instituições brasileiras. Nesse período, a maioria deles, isto é, 72,8% foram produzidos em nível de mestrado e 27,2% em nível de doutorado, distribuídos conforme Gráfico 01.

1 Embora, o PIBID ter encerrado suas atividades em 28 de fevereiro de 2018, o Ministério da Educação, junto à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, em março deste ano 2018, lançou edital para continuidade do PIBID, sob um novo modelo de formatação associando-se a um outro programa intitulado Residência Pedagógica. O edital N° 07/2018 estabelece que o público-alvo do PIBID serão licenciandos que estejam cursando até a primeira metade de sua licenciatura ofertada pela IES pública ou privada sem fins lucrativos, na modalidade presencial ou no âmbito do Sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB). Diferentemente do modelo anterior, que abrangia alunos em qualquer nível do curso das licenciaturas. O outro programa – Residência Pedagógica será destinado para os discentes da outra parcela desses cursos de licenciatura (BRASIL, 2018).

2 Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática, grupo interinstitucional, com sede na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/ Unicamp), que congrega pesquisadores de cinco universidades paulistas: Unicamp; Universidade Estadual Paulista (Unesp/ Rio Claro); Universidade Federal de São Carlos (UFSCar); Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas); Universidade São Francisco (USF).

Gráfico 01: Quantitativos de trabalho produzidos no período de 2012-2017



Fonte: Dados a partir do BDTD-CAPES (jan-mar.2018)

ASPECTOS FÍSICOS DAS PESQUISAS SOBRE O PIBID-MATEMÁTICA EM NÍVEL NACIONAL

Entre o conjunto das 16 (dezessete) dissertações de mestrado e 06 (seis) teses de doutorado produzidas nas mais diferentes instituições dos programas de pós-graduação no Brasil, as categorias selecionadas foram identificadas da seguinte forma:

Tabela 01: Quantitativo de pesquisas nacionais sobre o PIBID-Matemática (2012 – 2017)

CATEGORIAS SELECIONADAS	PESQUISAS MAPEADAS		TOTAL EM PERCENTUAIS
	DISSERTAÇÕES	TESES	
Formação inicial e o PIBID-Matemática	01	03	18,2%
Formação inicial e o PIBID-Matemática	08	03	50,0%
Formação continuada e o PIBID-Matemática	07	-	31,8%
Subtotal	16	06	-
TOTAL	**22 pesquisas**		100%

Fonte: Dados a partir do BDTD-CAPES (jan-mar. 2018).

Como já informado, esses dados apresentados, na Tabela 01, englobam dissertações e teses localizadas em quatro das cinco regiões do país, cujas publicações iniciaram em 2012, embora o marco inicial delimitado tenha sido o ano 2009. Isso se justifica, observando-se que, a partir dos primeiros resultados do Programa, começou a haver sua expansão abrangendo as modalidades e níveis da educação básica, tanto os níveis do ensino regular, como modalidades de educação de jovens e adultos, indígenas, do campo e quilombolas (BRASIL, 2010). Entretanto, mesmo havendo essa expansão a partir de 2009, os dados revelam que o interesse para pesquisas nos programas de pós-graduação, passou a emergir anos depois. Primeiro, porque estudos científicos, em nível de *stricto sensu*, requerem no mínimo, período de dois anos para sua publicação (quando é mestrado); segundo, pela repercussão que este Programa passou a tomar por todo país, dentre os resultados em nível de formação inicial.

Essa consequência resulta no que a Tabela 01 apresenta em relação à categoria *Formação inicial e o PIBID-Matemática*, sendo 50% das pesquisas realizadas com esse foco. Como é um Programa que tem como maior número de envolvidos, os licenciandos, ou seja, bolsistas de iniciação à docência (bolsistas ID), justifica-se que a demanda para as investigações voltam-se a esse público. No caso, do grupo PIBID-Matemática/UFS/SC foram cerca de 80 licenciandos de Matemática participando, sem considerar que ao longo do desenvolvimento do Programa, a cada semestre, ocorriam substituições de bolsistas havia trocas por alguns fatores (conclusão do curso, desistência por interesse particular, inadequação ao Programa).

A outra categoria que lidera o percentual (31,8%) refere-se à *Formação continuada e o PIBID-Matemática*. Os estudos revelam ter como público alvo os professores supervisores, cujos focos envolveram questões sobre a prática docente, recursos pedagógicos, políticas de formação etc. Uma provável hipótese para explicar essas temáticas, talvez seja decorrente da inserção do PIBID nas escolas públicas como política complementar ao incentivo à formação docente no panorama das políticas públicas em educação no Brasil. Isso pela produção de materiais pedagógicos e aplicação de metodologias que contribuem não somente ao trabalho docente, mas para uma possível formação continuada desses professores já licenciados em Matemática.

Convém ressaltar que dentre o panorama de política pública nacional para formação docente, os programas que são implementados enquanto formação continuada, na maioria, são programas com temas gerais, os quais permitem que participantes de uma mesma turma sejam professores de vários componentes curriculares. Porém, para casos de programas com turmas específicas, como o caso do PARFOR ou GESTAR II, professores reclamam sobre limitação de vagas ou sua indisponibilidade para participarem, pelo fato de fazerem deslocamentos do seu município de origem para local da formação, devendo repor suas aulas (SOUZA, 2009; 2015).

No PIBID-Matemática, a formação continuada tinha como espaço de realização, a própria sala de aula, por ser função do professor supervisor (titular da turma) estar em sala supervisionando o bolsista ID para acompanhar o trabalho, intervindo quando necessário. No caso do PIBID-Matemática/UFS/SC, por exemplo, ocorriam reuniões periódicas em que, bolsistas ID e professores supervisores, junto aos coordenadores de área, discutiam sobre planejamento e abordagens teórico-metodológicas para melhor entendimento e acompanhamento na realização das atividades.

Quanto à categoria com ênfase na *Relação com o saber e o PIBID-Matemática* – foco da pesquisa em andamento – houve um interesse mínimo não atingindo 20% das produções identificadas. Esse dado fomenta mais ainda o interesse na investigação ao objeto anunciado, considerando que a relação com o saber é uma teoria em ascendência às pesquisas, cujo público alvo é o professor de Matemática[1].

No mapeamento das pesquisas sobre o PIBID na área de Matemática, também buscamos quantificar as categorias por distribuição geográfica e ano de publicação, observando-se que a região Sudeste lidera em maior produção, seguida da região Sul. A Tabela 02 ilustra esses dados.

Ainda no que se refere à distribuição por região, a Sudeste produziu 45,5%, quase metade das produções realizadas em relação ao PIBID na área de Matemática, com 07 (sete) dissertações e 03 (três) teses. Por ser um estado com maior produção científica, é o estado de São Paulo que também tem maior representatividade nesse mapeamento, com 31,8% da produção total (04 dissertações de mestrados e 03 teses de doutorados). As demais investigações em nível de mestrado foram produzidas em outros dois estados: Espírito Santo (9,1%) e Minas Gerais (4,5%).

A região Sul foi responsável pela produção de 36,4% dos trabalhos (sendo 05 dissertações de mestrados e 02 teses de doutorado), sendo o estado com maior representatividade, Rio Grande do Sul (22,8% - 04 dissertações). Embora, o estado do Paraná com 13,6% da produção total,

1 Em geral, investiga-se a relação com o saber e a Matemática sobre o aluno. Em Sergipe, apenas as pesquisas de Souza (2009) e Clemente (2017) retratam especificamente a relação com o saber de professores de Matemática e suas práticas educativas. A primeira foi no Mestrado em Educação – PPGED/UFS e a segunda, no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA/UFS). Até este mapeamento, não há pesquisas realizadas em Sergipe, cujo foco seja a relação com o saber de licenciandos de Matemática – público alvo da pesquisa em andamento.

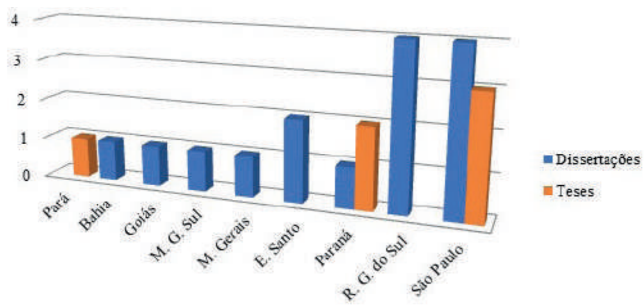
Tabela 02: Quantitativo de pesquisas desenvolvidas em diversas instituições das regiões brasileiras em programas de pós-graduação stricto sensu nas áreas de Educação e Ensino da CAPES.

REGIÕES BRASILEIRAS	RELAÇÃO COM O SABER e o PIWBID-MATEMÁTICA		FORMAÇÃO INICIAL e o PIBID-MATEMÁTICA		FORMAÇÃO CONTINUADA e o PIBID-MATEMÁTICA		TOTAL DE PESQUISA EM PERCENTUAL
	Dissertações	Teses	Dissertações	Teses	Dissertações	Teses	
Região Sudeste	-	-	05	03	02	-	45,5%
Região Sul	01	02	01	-	04	-	36,4%
Região Centro-oeste	-	-	02	-	-	-	9,1%
Região Norte	-	01	-	-	-	-	4,5%
Região Nordeste	-	-	-	-	01	-	4,5%
Subtotal	01	03	08	03	07	-	-
TOTAL	**04**		**11**		**07**		**100%**

Fonte: Dados a partir do BDTD-CAPES (jan-mar. 2018).

os estudos têm ênfase na *Relação com o saber e o PIBID-Matemática*, com 01 dissertação e 02 teses. A região Centro-oeste tem produção apenas em nível de dissertação (9,1%) em dois dos seus estados, na categoria *Formação inicial e o PIBID-Matemática*. As regiões Norte e Nordeste, cada uma com uma produção, mas em diferentes níveis e categorias; a primeira, com uma tese na categoria *Relação com o saber e o PIBID-Matemática*, e a segunda, uma dissertação sobre *Formação continuada e o PIBID-Matemática*. Esse dado nos causou surpresa, em relação à região Nordeste, uma vez que foi a região com maior número de bolsistas ID contemplada nesse Programa. Por outro lado, os dados também refletem na ausência de estudos nos programas de pós-graduação em Sergipe justifica acerca do PIBID-Matemática[1].

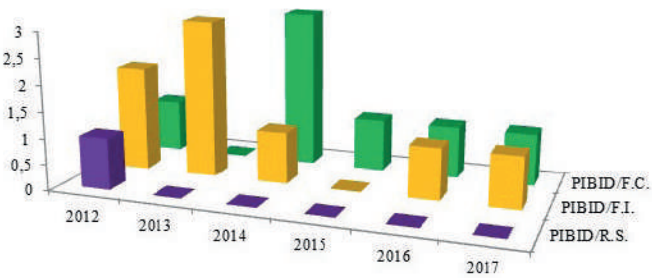
Gráfico 02. Estudos nacionais por quantitativo de produções científicas em seus respectivos estados



Fonte: Dados a partir do BDTD-CAPES (jan-mar.2018).

Dentre os estudos apresentados, também é importante observar que as publicações oscilaram entre o período delimitado (2012-2017), ressaltando que as dissertações estão em evidência, principalmente no biênio 2013-2014. Outrossim, as teses são publicadas no quadriênio (2013-2016), sendo o último ano com maior ênfase, conforme Gráfico 03.

Gráfico 03. Distribuição das pesquisas por ano de publicação



Fonte: Dados a partir do BDTD-CAPES (jan-mar. 2018)[2].

Outro aspecto analisado no mapeamento dessas pesquisas, em relação aos aspectos físicos, destaca-se pelas instituições e seus programas de pós-graduação. A região Sudeste, por liderar as publicações e, por conseguinte, o estado São Paulo representar 70% em publicação dessa região e 31,8% do total, apontam três instituições. Dentre elas, duas são bastante reconhecidas nacionalmente pelas produções em Educação Matemática, cada uma com 02 pesquisas publicadas. São elas: a Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN-SP) com duas teses (publicadas respectivamente em 2015 e 2016), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) com uma dissertação publicada em 2013 e 01 tese em 2014.

A terceira instituição é a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho em Rio Claro-SP, cujas publicações são três dissertações em Educação Matemáticas respectivamente publicadas no primeiro triênio (2012-2014). Ainda têm outras duas instituições situadas em diferentes estados dessa região. Uma delas é o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, com duas produções em nível de mestrado em Ciências e Matemática, publicadas respectivamente em 2013 e 2014; a outra é a Universidade Federal de Uberlândia em Minas Gerais, apenas com uma dissertação (ano 2013).

Ainda desses dados, a região Sul também se destaca, com ênfase na categoria *Relação com o saber e o PIBID-Matemática*, sendo a Universidade Estadual de Londrina com maior número entre as demais instituições dessa região, havendo duas publicações em nível de mestrado, uma em 2013 e a outra em 2016.

1 Convém ressaltar que existem dois trabalhos de tese de Doutorado em Educação Matemática (UNIAN-SP) e Doutorado em Educação (PPGED/UFS), cujo público alvo foram licenciandos de Sergipe. A primeira tese, defendida em 2015 por Rafael N. Almeida, na Universidade Anhanguera, sob o título “Professor de matemática em início de carreira: contribuições do Pibid” (contada no nosso mapeamento). A segunda tese foi defendida recentemente, em 2018, no Programa de Pós-graduação em Educação – PPGED/UFS por João Paulo M. Lima, intitulada “O PIBID como possibilidade de melhoria da formação inicial de professores no curso de licenciatura em química da Universidade Federal de Sergipe/Campus de São Cristóvão”.

2 Leia-se a seguinte legenda: PIBID/R.S. = PIBID e relação com o saber; PIBID/F.I. = PIBID e formação inicial; PIBID/F.C. = PIBID e formação continuada.

Também foram observados os aspectos teórico-metodológicos das pesquisas, as quais são de natureza qualitativa, cujos pressupostos configuram-se em três âmbitos: formação docente; literatura específica sobre o PIBID e documentos legais. Quanto às questões de formação docente e metodologia da pesquisa, os trabalhos estão baseados em Ball, Bardin, Charlot, Denzin e Loncoln, Gárcia, Phelps, Thames, Tardif e Shulmann; dentre esses, destacando-se Charlot e Tardif. Em relação ao PIBID, destacam-se três autores: André, Fetzner e Souza, Jardelino e Oliveri, além do uso de documentos oficiais como a LDB N° 9394/96 (lei de diretrizes e bases da educação); Lei N° 11.892/2008 (quanto à criação dos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia e outras providências) e Portaria N° 096/2013 (referente à aprovação e regulamentação do PIBID em âmbito nacional). Tais documen

Tabela 03. Contextos focais dos estudos por categorias

TEMÁTICAS QUE SISITEMATIZAM OS CONTEXTOS FOCAIS DOS ESTUDOS	RELAÇÃO COM O SABER e o PIBID-MATEMÁTICA		FORMAÇÃO INICIAL e o PIBID-MATEMÁTICA		FORMAÇÃO CONTINUADA e o PIBID-MATEMÁTICA	
	D	T	D	T	D	T
1.Formação de professor; formação inicial; formação continuada	1	3	7	3	8	-
2.PIBID; política de formação	-	1	7	3	7	-
3.Relação com o saber	-	4	-	-	-	-
4.Objetos de conhecimento matemático	-	2	-	-	-	-
5.Conhecimento matemático para o ensino; ensino-aprendizagem	-	-	1	2	-	-
6.Ensino de matemática; sistema didático; recursos pedagógicos; diário de classe; pedagogia de ensino médio	-	2	-	-	5	-
7.Saberes docentes; aprendizagem da docência; profissionalização docente	-	1	3	-	3	-
8.Modo de pensar e agir; prática docente; trabalho docente; identidade docente	-	1	5	3	3	-
9.Educação matemática	1	-	4	-	2	-
10.Espaço formativo; comunidade de prática	-	-	2	-	1	-
11.Relação teoria e prática	-	-	-	1	1	-
12.História oral; narrativa de autobiografias	-	-	-	-	3	-

Fonte: Dados a partir do BDTD-CAPES (jan-mar. 2018).

tos mostram que essas pesquisas apontam aspectos de políticas públicas educacionais, evidentemente, por tratar-se de uma delas – o PIBID.

Dentre os dados quantitativos já apresentados nesse panorama, uma questão ainda precisa ser respondida: Quais temáticas sobressaem nos estudos acerca do PIBID na área de Matemática? Elas são bastante diversificadas, mas numa tentativa de agrupá-las, buscamos tabular os dados em 12 (doze) subcategorias intitulando-as como contextos focais de estudo, a partir do Resumo, palavras--chave e resultados (Tabela 03).

A Tabela 03 revela que nas três categorias, as quais categorizaram os estudos mapeados, há uma predominância quanto ao foco em "*Formação de professor; formação inicial; formação continuada*", tanto em dissertações como em teses. Do mesmo modo o "*PIBID e políticas de formação*", embora em um contexto menor. Outro grupo que se destaca, revela interesses sobre *"Modo de pensar e agir; prática docente; trabalho docente; identidade docente".* Assim, também quando tratam sobre "*Ensino de matemática; sistema didático; recursos pedagógicos; diário de classe; pedagogia de ensino médio*"; e sobre temas como: "*Saberes docentes; aprendizagem da docência; profissionalização docente".*

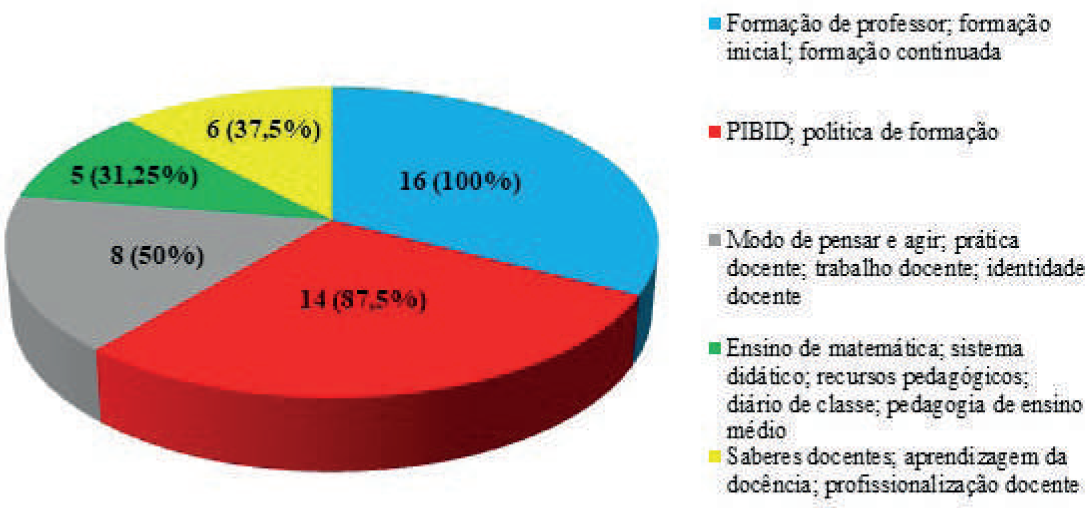
Desse contexto, observamos que esses focos evidenciam as discussões sobre formação e prática do professor no ensino de Matemática, nos fornecendo pistas para melhor investigar o contexto local da pesquisa em andamento – PIBID-Matemática/UFS/SC. Um aspecto que nos chama atenção, mesmo tendo observado que outros dados nos revelam a existência de um índice muito pequeno quanto aos estudos voltados à "*Relação com o saber e o PIBID-Matemática*", no mapeamento também encontramos esse reflexo, cuja representatividade aponta somente os estudos que abordam esse contexto (01 dissertação e 03 teses – 18,2%), incluindo a citação do teórico também (CHARLOT, 2000; 2005). A seguir, buscamos reunir as temáticas de maior evidência nos estudos mapeados, em cinco subcategorias, mantendo-se ainda como contextos focais.

OS CONTEXTOS FOCAIS DE MAIOR EVIDÊNCIA NAS PESQUISAS: REVELANDO OS RESULTADOS SOBRE AS TEMÁTICAS DE ESTUDO

Inicialmente, buscamos representar as temáticas de maior evidência em um só gráfico para melhor compreensão sobre seus significados nesse contexto panorâmico que é o PIBID-Matemática.

A partir do Gráfico 04, podemos inferir que as pesquisas sobre o PIBID-Matemática têm como foco prioritário, a *formação docente*, tanto em nível inicial, como continuada. O próprio Programa aparece em seguida como temática prioritária alcançando índice de 87,5%. O que evidentemente seria o esperado. As questões de pesquisa que remetem à *prática docente*, *trabalho* e *identidade do professor*, são contextos focais que aparecem na metade dos estudos realizados. As demais temáticas configuradas, no Gráfico 04 (em 31,25% e 37,5%), contribuem à composição do conjunto de questões ou temáticas, sobre

Gráfico 04. Contextos focais referentes às dissertações mapeadas



Fonte: Dados a partir do BDTD-CAPES (jan-mar. 2018) como podemos refletir acerca do PIBID, enquanto uma das políticas públicas de formação docente de maior repercussão nacional. Contudo, não podemos esquecer que este mapeamento reflete, sobretudo, como este Programa se configurou com ações voltadas ao ensino e aprendizagem na Matemática, em quase uma década.

Isto porque, o PIBID tornou-se uma ponte para o licenciando conhecer a realidade escolar, com práticas que diversifiquem estratégias metodológicas tornando-se singular quanto às intervenções que viabilizam inovações na educação básica (BRASIL, 2008). Sobretudo, quando pensamos no ensino de Matemática, cujas práticas educativas são cheias de heranças culturais, seguindo o modelo exposição do conteúdo, exemplos e aplicações, as quais sempre se configuram como listas de exercícios do tipo algoritmo. O que contrariam as recomendações atuais da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017).

Ou melhor, o PIBID-Matemática (entre o período de 2009 a 2017), oportunizou aos bolsistas ID irem às escolas públicas do ensino básico, desenvolver atividades matemáticas, sob a supervisão de um professor licenciado, para aprenderem saberes docentes que os ajudem a enfrentar desafios do cotidiano escolar, superando rupturas como timidez, postura, controle de classe, dentre outros. Esses desafios, ainda que apresentados por teóricos e relatos de experiência, de como serem superados, por si só não dão conta da própria experiência. Vivenciar a prática contribui para o bolsista ID romper barreiras, ao tempo que pode conferir as teorias estudadas, fazendo reflexão da própria ação. Por isso, sua importância para haver continuidade, apesar das mudanças do novo edital (BRASIL, 2018).

O trabalho docente sendo realizado de modo compartilhado entre professor licenciado e bolsistas ID rompe com a visão que esses bolsistas chegam nos cursos de licenciatura sobre o que é ser professor de Matemática. Durante o curso, com a aquisição de novos conhecimentos, o olhar de outrora como alunos da educação básica, poderá mudar. Esses estudos mapeados revelam que o PIBID-Matemática contribui para essa ruptura antes mesmo de chegarem aos estágios supervisionados. Esses bolsistas ID passam a ir para o espaço escolar com o olhar de professores, ainda que supervisionados e acompanhados por um professor licenciado.

Então, podemos considerar o processo de reflexão crítica sobre a prática a partir da constituição de um conhecimento que tem em sua gênese um estranhamento da prática pedagógica atual, criando terreno fértil para outra prática pedagógica, seja desse bolsista ID, seja também, pelo professor supervisor, por ter novas ideias a partir das ações do PIBID.

Diante do exposto, as pesquisas analisadas descrevem como as atividades desenvolvidas por universitários que integravam ao PIBID-Matemática, diversificavam as aulas, contribuindo para momentos significativos de aprendizagem para a docência. Essas ações propiciavam a construção de materiais didáticos com diferentes finalidades, suprindo lacunas no planejamento de professores, tanto na formação inicial, como na continuada do professor. Portanto, enquanto espaço formativo e comunidade de práticas educativas, o PIBID contribuiu com a formação docente, tanto em nível inicial, como para a formação continuada.

O efeito dessas ações também atingiu alunos da educação básica, possibilitando que estabelecessem relações consigo mesmo, com os outros e com o mundo. Razão pela qual, Charlot (2000; 2005) aponta três relações indissociáveis (epistêmica, identitária e social) como princípios norteadores da própria relação com o saber. Interligadas, o sujeito não se apropria de um saber, sem desconsiderar sua gênese, sua história de vida e seus conhecimentos anteriores.

A *Relação com o saber* (18,2% dos estudos mapeados), por exemplo, não somente por ser uma teorização dos estudos, mas porque, antes de tudo, a relação com o saber está intimamente imbricada na relação social, a qual é transversal às duas outras – epistêmica e identitária. A epistêmica associa-se aos saberes docentes, quais conhecimentos específicos são necessários para o futuro professor aprender, sejam objetos de conhecimento matemático (álgebra, matriz), como as metodologias. O domínio de atividades metodológicas, conhecimento sobre quais *recursos pedagógicos* se constitui no *modo de pensar e agir*, no modo de acontecer *práticas pedagógicas* no ensino de Matemática da educação básica. Por meio da construção desses saberes, professores e futuros professores vão constituindo sua identidade professoral, a qual remete à relação identitária.

Para Charlot (2000, 2005), essas relações – epistêmica, identitária e social – constituem dimensões de um conjunto maior da relação com o saber. A partir das leituras sobre o que as pesquisas revelam acerca do PIBID na área de Matemática, os impactos dessa conjuntura influenciavam não somente nas práticas educativas da educação básica; mas, sobretudo, na formação inicial do bolsista de iniciação à docência.

Podemos complementar, ainda pelo que Tardif e Lessard (2014) consideram que, os professores quando adquirem conhecimentos por meio da experiência profissional, vão constituindo os fundamentos de sua competência. Com esses saberes experienciais, eles passam a julgar sua formação anterior ou sua formação ao longo da carreira.

ALGUMAS IDEIAS CONCLUSIVAS

Apesar da análise desse *corpus* de 22 (vinte e dois) estudos sobre o PIBID na área de Matemática, ser uma pequena amostra em relação ao quantitativo de pesquisas sobre formação docente nessa mesma área de conhecimento, o mapeamento nos fornece dados de âmbito nacional sobre as produções realizadas nos mais diferentes programas de pós-graduação em *stricto sensu* em Educação, em Educação Matemática e em Ensino de Ciências e Matemática, diluídas em quatro das cinco regiões geográficas do Brasil.

Dentre as quais, a região sudeste é destaque, cujo estado em liderança é São Paulo com três instituições, das quais duas são bastante reconhecidas (PUC-SP e UNIAN-SP). Os números também revelam que as dissertações superam o quantitativo de teses. O período delimitado foi o marco inicial das atividades do Programa em estudo (2009) e marco final (2018), embora o primeiro edital tenha ocorrido dois anos anteriores. No entanto, as produções foram localizadas entre o período de 2012 a 2017, sendo o primeiro triênio (2012-2014) representando maior produção.

Dentre os contextos focais, há uma grande diversidade, mas que foi possível agruparmos em um cenário de 12 temáticas, do qual, optamos por um conjunto de 05 (cinco) para melhor compreendermos os estudos. Esse conjunto revela abordagem sobre a formação docente, no âmbito da inicial e da continuada, destacando o PIBID-Matemática, como política de formação, enquanto espaço formativo e comunidade de práticas.

As práticas, por sua vez, permitem romper barreiras e desafios cotidianos, constituindo-se em novos saberes docentes, uma nova identidade ao ser professor de Matemática. Ou seja, essas mudanças, no contexto do cotidiano das escolas públicas envolvidas com as ações do PIBID-Matemática, repercutiram não somente ao fomento do desenvolvimento da formação inicial dos bolsistas ID e valorização do magistério, mas na prática dos professores supervisores, pela formação continuada e aprendizagem de seus alunos.

Isto é, a partir da integração Universidade-Escola básica, surgiu um novo olhar nos cursos de licenciatura. O que nos permite mais uma vez, apontar a relação com o saber que este Programa favorece aos atores envolvidos, constituindo uma identidade docente com singularidades e subjetividades, conforme cada contexto pesquisado.

A identidade docente começa a se constituir desde a escolarização básica, quando alguém opta em ser professor de Matemática, ao ingressar no curso superior. O PIBID, em nosso caso – o da área de Matemática – conseguiu fazer mediação em função do desenvolvimento da identidade professoral, no processo de formação inicial dos bolsistas ID, a partir da sua convivência com professores do seu curso e professores da rede pública de ensino, carregando consigo saberes para a sua futura atuação. Ou seja, os estudos revelaram a potencialidade de singularidades e subjetividades deste Programa para a formação inicial dos licenciandos em Matemática propiciando sua inserção na realidade escolar, de forma a familiarizá-los com o cotidiano escolar; com as práticas educativas e com os principais desafios enfrentados pelos professores na conjuntura educacional atual.

Como a pesquisa da qual este mapeamento faz parte, está em andamento, certamente, outros estudos poderão complementar a discussão do tema para a redação final do texto dissertativo, apontando também uma nova leitura sobre esses trabalhos. Isso também nos permitiu reconhecer que um estudo tem seu momento, sua história, seu olhar de pesquisador. Outros pesquisadores poderão ter novos olhares sobre essas mesmas pesquisas, até porque precisam considerar diferentes aspectos de suas singularidades e subjetividades.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. **PIBID**. Programa Institucional de Bolsas de Iniciação á Docência. Brasília, DF: MEC/CAPES, jan, 2008.

BRASIL, Ministério da Educação. **Portaria N° 122/2009** de 16 de setembro de 2009. Brasília, DF: MEC/CAPES, 2009.

BRASIL, Ministério da Educação. **Decreto N° 7.219**, em 24 de junho de 2010. Brasília, DF: MEC/CAPES, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**. Ensino fundamental. Brasília, DF: MEC/SEB, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. **Portaria Edital PIBID N° 07/2018**. Brasília, DF: MEC/CAPES, 2018.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber:** elementos para uma teoria. Porto Alegre: ARTMED, 2000.

CHARLOT, B. **Relação com o saber, formação de profes-**

sores e globalização: questões para educar hoje. Porto Alegre: Artmed, 2005.

FIORENTINI, D. *et al*. (orgs.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período de 2001-2012. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

PIMENTA, S.G. (org.) Formação dos professores: identidade e saberes na docência. In: **Saberes Pedagógicos e atividade docente.** 4. ed. São Paulo: Cortez, 2005. (Saberes da docência).

SOUZA, D. S. **A relação com o saber:** professores de matemática e práticas educativas no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Federal de Sergipe – UFS. São Cristóvão: UFS/NPGED, 2009.

SOUZA, D. S. **O universo explicativo do professor de matemática ao ensinar o Teorema de Tales:** um estudo de caso na rede estadual de Sergipe. Tese de doutorado em Educação Matemática. Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo: UNIAN, 2015.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente**. Petrópolis: Vozes, 2014.

AS DISSERTAÇÕES E TESES MAPEADAS:

ABREU, I. S. M. **Entre a singularidade e a complexidade da construção de saberes docentes na formação inicial de professores de matemática no contexto do PIBID.** Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Goiás, 2016.

ALMEIDA, R. N. **Professor de Matemática em início de carreira:** contribuições do Pibid. Tese de doutorado em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

BENITES, V. **Formação de professores de matemática**: dimensões presentes na relação PIBID e comunidade de prática. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2012.

CARVALHO, D. F. **O PIBID e as relações com o saber, aprendizagem da docência e pesquisa:** caracterização de uma intervenção inicial de professores de matemática. Tese de doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, 2016.

CARVALHO, M. P. **Um estudo da inserção de estudantes da licenciatura em matemática no contexto da escola pública:** contribuições do PIBID. Tese de doutorado em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2016.

CORREA, A. C. A. **O PIBID na formação inicial do licenciando em matemática:** construção de saberes da experiência docente. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Espírito Santo, 2013.

FERREIRA, M. D. **Narrativas (auto) biográficas no PIBID:** espaços de problematização na/para a formação de professores de matemática campo. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2017.

FRANÇA, E. L. **Contribuições Formativas do PIBID/Matemática:** identidade e saberes docentes. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz, 2016.

HEMIELEWSKI, M. S. **Contribuição do PIBID para a formação continuada do profissional do magistério da educação básica e o fortalecimento de sua prática educativa.** Dissertação de mestrado em Educação. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, 2017.

LARGO, V. **O PIBID e as relações de saber na formação inicial de professores de matemática.** Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, 2013.

LIMA, M., A. M. **Formação continuada de professores de Matemática**: processos formativos e possibilidades de ruptura. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2013.

MANOSSO, M. V. B. **Relações com o saber**: professores de matemática e seus pontos de vista sobre a formação continuada no estado do Paraná. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e em Matemática, Setor de Ciências Exatas. Universidade Federal do Paraná, 2012.

MARQUES, E. I. S. **A construção do trabalho docente na articulação teoria e prática: a experiência do PIBID.** Tese de doutorado em Educação. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP, 2016.

MOURA, E. M. **O programa institucional de bolsa de iniciação à docência PIBID na formação inicial de professores de matemática.** Dissertação de mestrado em educação. Universidade Federal de Uberlândia, 2013.

OLIVEIRA, S. A. C. K. **Relação com o saber matemático de alunos em risco de fracasso escolar.** Dissertação de mestrado em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais. UFMG, 2009.

PERES, L. M. F. **Formação continuada e recursos peda-**

gógicos como estratégias motivacionais no ensino de matemática em instituições de ensino fundamental de Boa Vista/RR. Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social. FUVATES, 2014.

PORTO, R. T. **Programa institucional de bolsa de iniciação à docência**: ensinar e aprender matemática. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências: química da vida e saúde. Universidade Federal do Rio Grande. FURG, 2012.

REISDOERFER, C. **Sobre as Ações do Pibid/Matemática na Constituição de Saberes Docentes de Ex-bolsistas desse Programa na Universidade Federal de Santa Maria.** Dissertação de mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física. Curso de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Santa Maria, 2015

SILVA, E. C. **Ações e reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem da álgebra no PIBID-IFES.** Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2014.

SILVA, I. M. **A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática.** Tese de doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas. Universidade Federal do Pará, 2014.

SILVA, T. D. **PIBID:** um estudo sobre suas contribuições para o processo formativo de alunos de licenciatura em matemática da PUC-SP. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP, 2012

TEIXEIRA, T. P. M. **O diário de aula como dispositivo de formação continuada de professores de matemática do PIBID/Centro Universitário Franciscano.** Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Curso de Pós-Graduação em Educação. Centro Universitário Franciscano, 2014.

ZAQUEU, A. C. M. **O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na formação de professores de matemática** - perspectivas de ex-bolsistas. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, 2014.

O LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMO AMBIENTE DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Ailson Lopes Alzeri[1] e Iranete Maria da Silva Lima[2]

Submetido em 18/10/2017; Aceito em 18/11/2017

RESUMO: A pesquisa desenvolvida no quadro de um mestrado em Educação Matemática e Tecnológica na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) se interessa pelos conhecimentos mobilizados por professores de Matemática que atuaram como monitores em um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) na formação inicial. Para realizar o estudo utilizamos como referência teórico-metodológica o modelo de atividades do professor. Inicialmente, caracterizamos um LEM com relação ao tipo de uso e de funcionamento, como também ao papel que exerce na formação de professores. Isto nos permitiu escolher o Laboratório de Ensino de Matemática – LEMAT - da UFPE como campo de pesquisa. Após, entrevistamos ex-coordenadores do laboratório e analisamos documentos por eles fornecidos. Em seguida, propusemos um questionário semiestruturado que foi respondido por nove professores que atuaram como monitores no LEMAT. Os resultados da pesquisa mostram uma convergência significativa entre os conhecimentos que foram trabalhados no LEMAT e aqueles que foram mobilizados pelos professores e, também, que os conhecimentos construídos no laboratório exercem uma influência importante em suas atividades de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Laboratório de Ensino de Matemática, Formação de professores, Modelo de atividades do Professor.

ABSTRACT: This study was developed as part of a master's degree in Mathematics and Technology Education at the Federal University of Pernambuco (UFPE) aims to research the knowledge mobilized by mathematics teachers in initial formation who were monitors in a Laboratory of Mathematics Education (LEM). To this end, we used as a theoretical-methodological framework the teachers' activity model. First of all, we characterized a LEM regarding the type of use and functioning as well as its role in teacher training. This allowed us to choose the UFPE Mathematics Teaching Laboratory (LEMAT) as our field of research. We interviewed ex-coordinators of the laboratory and analyzed the documents they provided us. In addition, we proposed a semi-structured questionnaire that was answered by nine teachers who had previously been monitors in LEMAT. The results of this research show a significant convergence of the knowledge that had been worked on in LEMAT and the knowledge mobilized by teachers; it also showed that the knowledge constructed in the laboratory exerts a significant influence on their teaching activities.

KEY WORDS: Mathematics Teaching Laboratory, Teacher Training, Teacher Activity Model.

INTRODUÇÃO

A pesquisa foi desenvolvida pelo primeiro autor (ALZERI, 2017) e orientada pela segunda, buscando analisar as potencialidades e as limitações de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como ambiente de formação de professores. O estudo focou, em particular, os conhecimentos mobilizados por professores que durante a formação inicial atuaram como monitores nesse ambiente.

As primeiras iniciativas de formação de professores no Brasil ocorreram no século XIX, como consequência da *Lei das Primeiras Letras de 15 de outubro de 1827*. Com base no "método de ensino mútuo", os alunos que eram considerados "os melhores da classe" atuavam como monitores: eles aprendiam a ensinar e ao mesmo tempo

1 Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco. Técnico administrativo e assistente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. E-mail: ailsonalzeri@hotmail.com

2 Doutora em Matemática e Informática pela Université Joseph Fourier (Grenoble-FR). Professora e pesquisadora do Programa de mestrado e doutorado em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: iranete.lima@pq.cnpq.br

ajudavam seus professores. Nesta época, a formação de professores de Matemática era centrada nos conteúdos matemáticos, em detrimento de outros conhecimentos. Segundo Valente (2005), as primeiras mudanças neste quadro começaram a acontecer nos anos 1930, principalmente, em razão da influência do professor Euclides Roxo que defendia a importância de se trabalhar os conhecimentos matemáticos em articulação com outros conhecimentos, a exemplo dos pedagógicos, na formação dos professores. No entanto, estas mudanças têm ocorrido muito lentamente, de modo que o modelo de ensino que prioriza apenas os conteúdos matemáticos persiste até os dias atuais em várias instituições formadoras.

Vale ressaltar, contudo, que diversas ações vêm sendo vivenciadas nas últimas décadas, com o intuito de relacionar diferentes tipos de conhecimentos na formação do professor de Matemática; a criação dos LEM faz parte destas ações.

Mas, afinal, o que é um Laboratório de Ensino de Matemática? Ewbank (1971, p. 559)[3] o definiu como sendo:

> As a place, it is a room set aside for mathematical experiments and practical activities. The term is also used for the type of approach used in a classroom whereby children work in an informal manner, move around, discuss, choose their materials and methods, and generally make and discover mathematics for themselves. This latter use of the term as a process and a procedure is far more important because not every school could have a mathematics laboratory but every school or individual teacher could use this method of teaching.

Referindo-se ao *Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA)* da Pontifícia Universidade Católica, PUC-Campinas, Lopes e Araújo (2007) acentuam:

> [...] muito mais que um espaço equipado com materiais pedagógicos, o LEMA constitui um local de reflexão sobre a prática do professor e de elaboração e execução de projetos que complementem a formação do futuro professor de Matemática (Ibid. p .61).

Em consonância com estes autores entendemos que a ideia subjacente a um LEM ultrapassa sua infraestrutura física e a característica de congregar diversos materiais didáticos. Nos LEM se materializam processos de ensino e de aprendizagem, mesmo considerando que, na maioria dos casos, eles não sejam reconhecidos formalmente nos projetos dos cursos como sendo, por exemplo, uma disciplina. Partindo do pressuposto de que um LEM se constitui em um ambiente de formação de professores, fizemos o seguinte questionamento: qual a influência de um LEM na atividade de professores que atuaram como monitores neste ambiente durante a formação inicial? Buscando elementos de respostas para esta questão, apoiamo-nos sobre o *Modelo de Níveis da Atividade do Professor*, proposto por Margolinas (2002, 2005), considerando que ele possui a formalização necessária para subsidiar a pesquisa.

Para além desta introdução, fazemos uma breve reflexão sobre as diferentes caracterizações de um LEM e apresentamos os principais elementos do quadro teórico de referência. Em seguida, trazemos, em síntese, os procedimentos metodológicos e um recorte dos resultados obtidos, e concluímos o artigo com nossas considerações sobre a pesquisa realizada.

LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - LEM

O LEM tem assumido diferentes nominações e caracterizações, tanto nos espaços escolares quanto nos acadêmicos. Com efeito, caracterizar um LEM não é uma tarefa fácil porque depende de sua infraestrutura e, sobretudo, da sua funcionalidade. Ele pode ser concebido como:

- um ambiente físico constituído de recursos diversos que podem possibilitar ao aluno uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos. Neste ambiente, o foco está nos processos de ensino e de aprendizagem mediados pela utilização e/ou construção de recursos didáticos, a exemplo dos jogos;
- um ambiente de aprendizagem vinculado ou não a um espaço físico. Sua relevância está nos procedimentos metodológicos que lá são trabalhados;
- um ambiente de aprendizagem virtual, um cenário de aprendizagem colaborativo, mediado pelas *Tecnologias de Comunicação e Informação* (TIC);
- uma disciplina universitária em cursos de Licenciatura em Matemática.

3 "Como lugar, é uma sala reservada para experimentos matemáticos e atividades práticas. O termo também é usado para um tipo de abordagem usada em sala de aula, por meio da qual as crianças trabalham de maneira informal, circulam, discutem, escolhem seus materiais e métodos, e geralmente fazem e descobrem a matemática por si mesmas. Este último uso do termo como um processo e um procedimento é muito mais importante porque nem toda escola poderia ter um laboratório de matemática, mas toda escola ou professor individual poderia usar este método de ensino.". (EWBANK, 1997, p. 559, tradução nossa)

Essas maneiras distintas, dentre outras, de conceber um LEM não são dissociadas, pois há, pelo menos, um aspecto comum entre elas: os laboratórios são ambientes pensados com a intenção de propiciar a construção de conhecimentos matemáticos ou conhecimentos sobre o ensino da Matemática pelos sujeitos educativos (o aluno, o licenciando, o professor em formação inicial ou continuada...), sendo eles os protagonistas da própria aprendizagem.

Vários pesquisadores têm empreendido esforços para compreender o papel exercido pelos LEM na formação de professores de Matemática. Dentre as pesquisas desenvolvidas citamos Guérios (2002), Turrioni (2004) e Rodrigues e Gazire (2015).

Guérios (ibid.), em seu trabalho de tese buscou "compreender como os sujeitos se constituem profissionalmente em pensamentos, ações e saberes, identificando elementos da sua formação que sejam significativos para compreender a prática pedagógica." (Ibid. p. 8). Assim, escolheu o *Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas* da Universidade Federal do Paraná (UFPR), com o intuito de observar o trabalho colaborativo ali realizado e coletar os dados da pesquisa a partir do recurso da história oral. Os resultados mostram que o professor se constitui profissionalmente também em espaços intersticiais, a exemplo dos LEM, para além dos espaços formais que são previstos nos cursos de formação.

Turrioni (2004) discutiu sobre o *desenvolvimento profissional* e o *professor-pesquisador*, duas abordagens para a formação inicial de professores, buscando compreender a contribuição de um LEM no trabalho com cada uma delas. Para tanto, realizou um estudo de caso, escolhendo como lócus da pesquisa o *Laboratório de Educação Matemática do Universitas* no Centro Universitário de Itajubá em Minas Gerais. Os resultados deste estudo mostram que o LEM pode contribuir com as duas abordagens de ensino. Por um lado, porque permite a utilização e o desenvolvimento de materiais didáticos e, de outro, porque possibilita a realização de pesquisas sobre temas que são inerentes à profissionalização do professor. Para a pesquisadora, o LEM possui características que propiciam a integração das disciplinas de formação pedagógica e profissional e, desse modo, contribui para a formação inicial dos professores. Ela explicita ainda que:

> Os licenciandos descobriram através do LEM como participar na construção do próprio conhecimento, tranformando-se em sujeitos da própria formação. [...] Perceberam no LEM a oportunidade para o uso de materiais didáticos e despertaram para a importância desta prática. Os professores descobriram que têm no LEM um espaço para atividades experimentais, discutindo, inclusive a revisão da forma de condução das disciplinas e da respectiva avaliação. (TURRIONI, 2004, p. 135-136)

Mais recentemente, Rodrigues e Gazire (2015) pesquisaram sobre os diferentes tipos de abordagens de um *laboratório em matemática*, bem como suas contribuições para a formação de professores. Para isto, realizaram uma pesquisa bibliográfica cujo corpus foi constituído por dissertações, teses e outras obras publicadas no Brasil até fevereiro de 2011. Utilizando a análise do conteúdo, eles delimitaram algumas categorias para classificar o laboratório e, dentre elas, encontra-se: "Laboratório / Agente de formação". Para os autores, esta categoria está associada a uma concepção mais ampla de laboratório e agrega uma contribuição importante aos cursos de formação inicial ou continuada de professores. Os autores destacam o aspecto construtivista do laboratório que, enquanto processo, se configura em:

> -Ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático. -Ambiente que facilita professores e alunos a conjecturar, experimentar, analisar, concluir, aprender, aprender a aprender. -Aprender a fazer fazendo. -Desenvolver competências e habilidades. -Criação e descoberta. -Reflexão na ação. -Interação. (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 128)

Considerando esses resultados, na nossa pesquisa buscamos analisar as potencialidades e as limitações de um LEM como ambiente de formação de professores, nos interessando, em particular, pelos conhecimentos mobilizados por professores de Matemática que, quando estudantes, exerceram a atividade de monitoria em um laboratório específico. Para subsidiar a análise utilizamos o *Modelo de Níveis da Atividade do Professor* proposto por Margolinas (2002, 2005), no quadro da Teoria das Situações Didáticas - TSD (BROUSSEAU, 1998).

O MODELO DE NÍVEIS DA ATIVIDADE DO PROFESSOR[4]

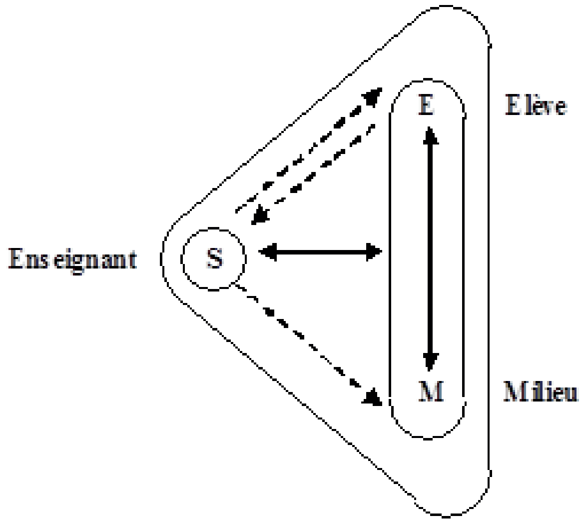
Sendo uma ferramenta da TSD, o *Modelo de Estruturação do Milieu*[5] foi concebido por Brousseau (1986) com a finalidade de responder a uma situação didática qual-

4 Essa discussão está baseada nos estudos de Lima (2009) e Lima et al (2017).

5 O Modelo de Estruturação do *Milieu* encontra-se em Brousseau (1986).

quer. O modelo contempla o *milieu* em cinco níveis: objetivo, material, de referência, de aprendizagem e didático, estando cada um deles intrinsicamente ligado a uma situação específica. Neste modelo, o *milieu* do professor é representado da seguinte maneira:

Figura 1 – O milieu do Professor



Fonte: Brousseau (1998, p. 92)[6]

No artigo intitulado “La structuration du *milieu* et ses apports dans l’analyse a posteriori des situations”, Margolinas (1995) argumenta que desde a publicação em 1986, até aquela data, o modelo era pouco utilizado nas pesquisas e atribui esta fragilidade à complexidade do esquema proposto por Brousseau (op. cit.), cuja forma lembra as camadas de uma “cebola”:

> Uma das fragilidades do modelo reside nas dificuldades formais que ele suscita: as situações não são codificadas; o nível é artificial e, provavelmente, insuficiente quando nos interessamos pelo papel do professor; o esquema completo é muito complexo. De outra parte, os níveis 1 e 0 não são descritos com a mesma exatidão que os níveis 5 a 3, em particular o “professor” é definido por suas ações. Apesar disto, as tentativas de utilização desse modelo são provenientes de pesquisadores que se interessam pelo papel do professor ou pelo papel da institucionalização, e então às situações didáticas. (MARGOLINAS, 1995, p. 93, tradução nossa).

Buscando contribuir para a superação das dificuldades suscitadas pelo esquema utilizado no modelo, a pesquisadora propôs uma ampliação e apresentou uma nova configuração no qual evidencia o papel do professor na relação didática, como segue:

Quadro 1 – Modelo de Estruturação do “milieu”

M3: M-de construção		P3: P-noosférico	S3: Situação noosférica	Sobre-didática
M2: M- de projeto		P2 : P-construtor	S2: Situação de construção	
M1: M-didática	E1: E-reflexivo	P1: P-projetor	S1: situação de projeto	
M0: M-de aprendizagem	E0: Aluno	P0: Professor	**S0: Situação Didática**	
M-1: M-de referência	E-1: E-aprendiz	P0: Professor	S-1: Situação de aprendizagem	
M-2: M-objetivo	E-2: E-em ação	P-1: P-observador	S-2: Situação de referência	A-didática
M-3: M-material	E-3: E-objetivo		S-3: Situação objetiva	

Fonte: Margolinas (1997, p. 43, tradução nossa)

6 Tradução. *Enseignant*: Professor. *Elève*: aluno. *Milieu*: Meio.

- As situações S1 (noosférica), S2 (de construção) e S3 (de projeto) são aquelas em que o professor não está em interação real com o aluno, mesmo considerando que a memória didática que ele tem do aluno e da classe intervém na situação (BROUSSEAU; CENTENO, 1991);

- As situações S-1 (de aprendizagem), S-2 (de referência) e S-3 (objetiva) remetem à atividade do aluno; elas estão articuladas à posição E-1, na qual o professor observa o aluno em atividade, e às posições E-2 e E-3;

- A situação S0 é a situação didática, quando o professor está em interação com o aluno. Ela se constitui na parte mais visível da atividade do professor.

Dando continuidade a seus estudos, em 2002 Margolinas propôs o *Modelo de Níveis de Atividade do Professor*, no qual buscou colocar em evidência apenas a atividade do professor (Cf. quadro 2):

Quadro 2 – Modelo de Níveis da Atividade do Professor

Nível +3: Valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.
Nível + 2: Construção do tema Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a construir.
Nível + 1: Planejamento da aula Projeto didático específico para uma aula: objetivos, planejamento do trabalho.
Nível 0: Situação didática Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.
Nível -1: Observação do aluno em atividade Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho atribuído aos alunos.

Fonte: Margolinas (2002, tradução nossa)

Os cinco níveis (de -1 a +3) que formam este modelo correspondem, respectivamente, às posições do professor P-1 a P3 no *modelo de estruturação do milieu*. Vale destacar, porém, que a organização em níveis não retrata uma hierarquia tampouco uma linearidade entre eles porque cada nível pode ser associado a um momento ou a vários momentos da atividade do professor.

Com base nos escritos de Margolinas (2002, 2005), apresentamos uma curta descrição dos níveis, buscando destacar os tipos de conhecimentos suscetíveis de serem mobilizados pelos professores em cada um deles:

- *Nível + 3 (noosférico ou ideológico)*: caracterizado pela atividade do professor que reflete sobre o ensino da Matemática. Neste momento, ele mobiliza conhecimentos sobre as noções matemáticas que pretende ensinar e sobre a aprendizagem;

- *Nível + 2 (construção): caracterizado pela delimitação e* organização do conteúdo matemático a ensinar. Nesse momento, o professor mobiliza diversos conhecimentos relativos às situações de ensino do conteúdo em pauta e sobre como o aluno aprende;

- *Nível +1 (planejamento)*: caracterizado pela construção do planejamento da aula. Para definir seus objetivos e organizar a aula, o professor recorre aos seus conhecimentos sobre o conteúdo, sobre os alunos e sobre as dificuldades de aprendizagem que ele já identificou em outras aulas;

- *Nível 0 (situação didática)*: caracterizado pela ação do professor na sala de aula. Em outros termos, trata-se da aula propriamente dita quando o professor está em interação com o aluno. Nesse momento, ele mobiliza conhecimentos que vão subsidiar suas decisões didáticas (LIMA, 2006) mais imediatas;

- *Nível -1 (aluno em ação)*: caracterizado pelo momento em que o professor observa e analisa o trabalho do aluno. Então, ele mobiliza conhecimentos que lhe permitem identificar os erros e as dificuldades dos alunos sobre o conteúdo e encaminhar a situação de ensino.

Ancoramo-nos neste modelo e na tipologia de conhecimentos que está atrelada aos seus níveis para analisar os dados coletados na pesquisa.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Após caracterizarmos um LEM, por meio de um estudo bibliográfico, realizamos visitas em alguns laboratórios sediados em instituições de ensino do Estado de Pernambuco. Este procedimento teve por finalidade subsidiar a escolha de um laboratório específico para realizamos a pesquisa, culminando com a seleção do *Laboratório de Ensino de Matemática*, o LEMAT, da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Para melhor compreender a história e as atividades desenvolvidas no LEMAT, inaugurado em 1987, entrevistamos três ex-coordenadores que, para preservar o anonimato, nominamos de C1, C2 e C3. C1 foi o coordenador fundador e participou do processo de criação do LEMAT; C2 assumiu a coordenação durante um período entre a fundação do laboratório e os anos 2000; e C3 coordenou o laboratório no período de 2000 a 2012. Além de se disponibilizarem a conceder as entrevistas, os coordenadores forneceram vários documentos – a exemplo de anotações de professores, cadernos, projetos de extensão universitária, folders e publicações – que nos permitiram identificar, em certa medida, os conhecimentos que permearam a formação dos monitores que lá atuaram.

Na última etapa da coleta de dados propomos um questionário semiestruturado que foi respondido por nove professores que atuaram como monitores do LEMAT no período de 2000 a 2012. Com esta delimitação temporal buscamos, de uma parte, evitar um grande afastamento do contexto atualmente trabalhado no LEMAT e, de outra, selecionar professores que já tivessem experiência com o ensino de Matemática. Nominamos os professores como: M1, M2, M3, ..., M9.

O questionário foi construído com dois objetivos: (1) identificar o perfil de formação e de experiência com o ensino de Matemática; (2) solicitar que o professor construísse um plano de aula sobre função (noções iniciais) para alunos da educação básica (nono ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio), com o objetivo de identificar os conhecimentos mobilizados no nível +1. Nossa intenção foi estabelecer uma relação com os conhecimentos que havíamos identificado na etapa anterior, por meio da entrevista com os coordenadores e da análise dos documentos. A escolha de função como conteúdo matemático foi motivada pelas possibilidades que ela permite em termos de utilização de estratégias de resolução e de utilização dos recursos didáticos, a exemplo de jogos e softwares.

Com a finalidade de delimitar as variáveis didáticas do estudo, para cada elemento estruturante do plano de aula, excetuando-se a metodologia e a avaliação da aprendizagem, fornecemos alternativas para que os professores escolhessem aquelas que melhor se adequassem às suas produções, e solicitamos que eles atribuíssem uma nota de 0 a 10 para cada alternativa escolhida. No entanto, para preservar a autonomia do professor, disponibilizamos um espaço para que eles construíssem o plano de aula da maneira que desejassem, sempre justificando as escolhas.

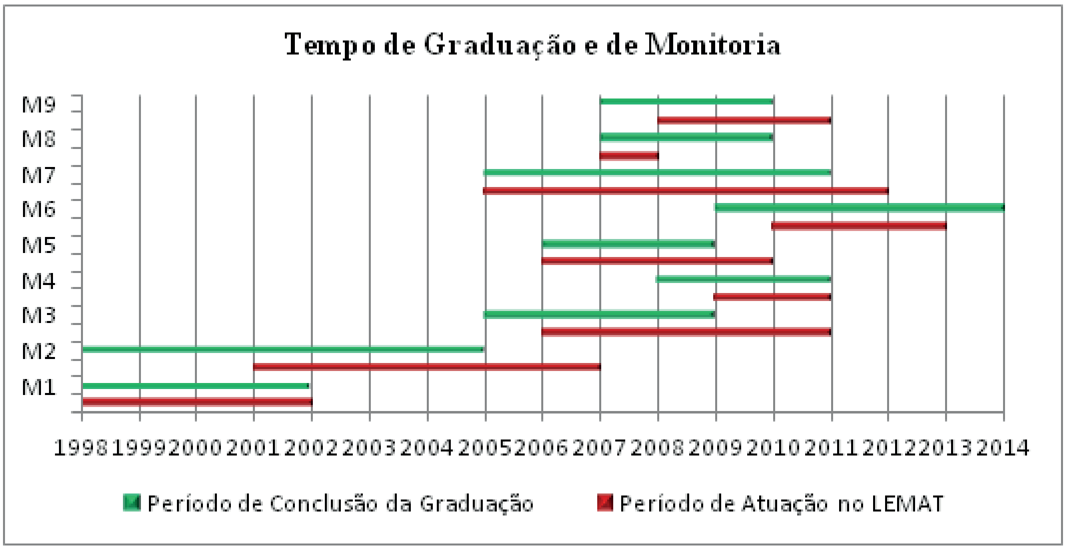
Uma vez concluídas estas etapas, realizamos uma análise comparativa entre os conhecimentos identificados na caracterização do LEMAT e aqueles que identificamos nas respostas dos professores. Esta análise possibilitou observar, de forma mais explícita, as convergências e divergências entre eles. Salientamos, no entanto, que nesta análise não desconsideramos as influências de conhecimentos construídos em outros momentos e em outros contextos. Assim, o termo convergência aqui utilizado tem a conotação de aproximação entre os referidos conhecimentos.

Centramos nossa análise nos *Níveis +1 e +2* do modelo de níveis da atividade do professor. Para isto, tomamos como base as seguintes categorias: conhecimentos mobilizados na escolha dos objetivos; conhecimentos mobilizados na escolha dos materiais didáticos; conhecimentos mobilizados na escolha das atividades; conhecimentos sobre uma sequência didática da aula e conhecimentos sobre a avaliação da aprendizagem. Considerando a limitação de páginas deste artigo, restringimo-nos a apresentar apenas os resultados atinentes aos conhecimentos mobilizados na escolha dos materiais didáticos, para além da identificação do perfil de formação e de experiência dos professores.

ALGUNS RESULTADOS DA PESQUISA

Dos 9 professores que responderam o questionário, 4 cursaram apenas a Licenciatura em Matemática, 4 são mestres (1 em Educação, 2 em Educação Matemática e Tecnológica e 1 em Matemática) e 1 tem doutorado em Biometria e Estatística Aplicada. Dentre os 9, apenas 4 professores declararam ter participado de alguma ação de formação continuada nos dois anos que precederam a nossa coleta de dados. Cabe enfatizar que todos cursaram a Licenciatura em Matemática na UFPE e atuaram como monitores bolsistas no LEMAT. O Gráfico 1 mostra uma comparação entre os períodos que cada um cursou a graduação e que atuou no LEMAT.

Gráfico 1- Período da graduação versus período da atividade de monitoria



Fonte: Acervo da pesquisa

Como se pode observar, a maioria dos professores exerceu a atividade de monitor no LEMAT por um tempo importante durante a formação inicial. Com exceção de M4 e M8, os demais professores atuaram como monitores por 3 anos ou mais. O professor M1 foi monitor durante toda a graduação. Já os professores M2, M3, M7 e M9 continuaram a exercer a monitoria mesmo após concluir o curso de graduação. Este resultado aponta para uma característica do laboratório que ultrapassa as relações formais da atividade de monitoria que são, via de regra, vinculadas à duração do curso de graduação. 4 professores tiveram experiência com outros laboratórios, para além do LEMAT. Por exemplo: M2 estava coordenando um laboratório sediado também da UFPE e M3 havia atuado no *Laboratório do Espaço Ciência* em simultaneidade com o LEMAT.

Os resultados da pesquisa mostram que todos os professores ensinavam Matemática na educação básica ou no ensino superior e que o tempo de experiência com o ensino, de 6 dentre os 9, variava de 4 e 13 anos.

Conforme anunciamos, apresentamos neste artigo os resultados obtidos com relação à categoria "materiais didáticos". Assim, trazemos no *Quadro 3* as notas que os professores atribuíram aos seguintes materiais: [a] quadro branco, pincel e apagador; [b] textos e atividades de livros didáticos, [c] projetor de imagens, [d] Jogo do NIM; [e] cupom fiscal e [f] Torre de Hanói.

Quadro 3 - Notas atribuídas pelos professores aos materiais didáticos

Professores	**Pontuação atribuída aos artefatos**					
	[a]	**[b]**	**[c]**	**[d]**	**[e]**	**[f]**
M1	8	8	7			
M2	8	5	10	6	7	8
M3	5	5	5	6	1	6
M4	4	8		8	8	8
M5	9	5	8			
M6	10					10
M7	10	5	5	5	5	5
M8	8	8	10	8	10	10
M9	10					10

Fonte: Acervo da pesquisa

As notas atribuídas pelos professores apontam para uma preferência pela alternativa [a], seguida da alternativa [f]. A alternativa [a] foi escolhida por todos os professores com a maioria das notas acima de 8. De fato, o quadro branco, o pincel e o apagador são recursos que cotidianamente estão presentes na atividade dos professores brasileiros, sobretudo, quando se trata do professor de Matemática. A escolha da alternativa [f], a Torre de Hanói, por 8 professores, foi uma resposta esperada, tendo em vista que este era um dos jogos mais utilizados no LEMAT.

Diversas foram as justificativas dadas pelos professores para esta escolha, como podemos verificar nos extratos a seguir:

> M1: utilizo a Torre de Hanói para introduzir a função exponencial.
> M4: Iniciar com situação envolvendo relações (variações) entre grandezas: Jogos Torre de Hanói (prioritariamente) [...]"
> M6: [...] usar o projetor para apresentar o jogo Torre de Hanói, onde os alunos farão uma atividade com o objetivo de se chegar a uma relação entre o número de discos e a quantidade mínima de movimentos para transportar a torre para outro pino.
> M9: Iniciar com o jogo torre de Hanói de maneira livre, fazer alguns desafios com número de contagens e com resolução a partir de jogadas já realizadas.

Estas respostas apontam para a mobilização de conhecimentos matemáticos que podem ser trabalhados a partir do jogo escolhido, sobre a sua utilização para introduzir a noção de função e sobre o funcionamento da classe vis-à-vis desta utilização.

Observamos uma diferença importante entre a maneira como os professores projetaram o uso do quadro branco, do pincel e do apagador e o uso da Torre de Hanói. No primeiro caso, os recursos assumem o papel de suporte para a aula planejada:

> M3: [...] suas regras ficarão dispostas no quadro.
> M4: O uso do quadro branco como apoio a construção de tabelas.
> M6: O quadro branco será usado para auxiliar na construção de tabelas e eventuais cálculos.

Em contrapartida, a exceção do professor *M6* que propôs uma atividade para ser realizada pelos alunos antes do jogo, a Torre de Hanói foi escolhida como um recurso pertinente para introduzir a noção de função:

> M4: Iniciar com situação envolvendo relações (variações) entre grandezas: Jogos Torre de Hanói (prioritariamente).
> M6: [...] usar o projetor para apresentar o jogo Torre de Hanói, onde os alunos farão uma atividade com o objetivo de se chegar a uma relação entre o número de discos e a quantidade mínima de movimentos para transportar a torre para outro pino.
> M9: Iniciar com o jogo Torre de Hanói de maneira livre e fazer alguns desafios com número de contagens e com resolução a partir de jogadas já feitas [...].

Esta escolha aponta, de uma parte, para a força que um recurso didático, que foi bem trabalhado no LEMAT, exerce sobre a atividade do professor e, de outra, para uma convergência importante entre os conhecimentos trabalhados no referido laboratório e aqueles mobilizados pelos professores no momento da elaboração dos planos de aula (Nível +1).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para estudar a influência que um LEM pode exercer na atividade de professores de Matemática buscamos identificar convergências e divergências entre os conhecimentos que foram trabalhados com os monitores de um laboratório específico, o LEMAT da UFPE, e os conhecimentos mobilizados por eles no planejamento de uma aula, quando já tinham experiência como professores.

Mesmo tendo encontrado algumas divergências, e considerando outros fatores que constituem a experiência dos professores, as análises indicam que os conhecimentos vivenciados e construídos no LEMAT, quando eram monitores, exercem uma influência marcante nas respostas dos professores, o que reforça a característica do LEM enquanto ambiente de formação, resultado também encontrado por outras pesquisas.

As respostas dos professores também evidenciam algumas limitações dos LEM que se configuram em verdadeiros desafios. Um deles consiste na dificuldade de ensinar determinados conteúdos matemáticos, sobretudo os mais complexos, a partir de jogos e de outros recursos didáticos manipulativos. Outro desafio tem um caráter mais institucional porque consiste na dificuldade imposta pela informalidade da maioria dos LEM, uma vez que as atividades lá realizadas não integram as matrizes curriculares dos cursos.

A caracterização do LEMAT como ambiente de formação de professores de Matemática evidencia a relevância da pesquisa realizada. No entanto, alguns aspectos da temática investigada se configuram em possibilidades para o desenvolvimento de novos estudos. Dois deles estão relacionados aos desafios que apontamos no parágrafo anterior. Conjeturamos também sobre a necessidade de estudar as práticas adotadas pelos professores que atuam nos LEM, visto que nossa pesquisa não contemplou a atividade dos professores em situação didática (*Nível 0*). Entendemos, assim, que a realização de novas pesquisas desta natureza dará maior visibilidade aos Laboratórios de Educação Matemática como ambiente de formação de professores.

REFERÊNCIAS

ALZERI, A. L. **Atividade do professor de matemática**: influências de sua participação no laboratório de educação matemática. 2016. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

BENINI, M. B. C. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências:** uma comparação. 2006. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

BROUSSEAU, G.. **Théorie des situations didactiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

_____. BROUSSEAU G. La relation didactique : le milieu. 4e École d'Été de Didactique des Mathématiques, 1986. **Actes….** Paris: Editora IREM, 1986. p. 54-68.

BROUSSEAU, G; CENTENO, J. Rôle da la mémoire didactique de l'enseignant. Recherches en Didactique des Mathématiques – RDM, Grenoble, v.11, n. 23, p.197- 210, 1991.

GUÉRIOS, E. C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente**: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática: 2002. 234 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Campinas, Campinas, 2002.

LIMA, I. M. S.; FARIA: F. S.; MARTINS, R. L. **Que conhecimentos e concepções sobre o ensino de equações do primeiro grau?** In LIMA, A. P. A. B.; LIMA, I. M. S.; ARAÚJO, L. F.; ANDRADE, V. L. V. X. (Org.). Fenômenos didáticos em uma aula de introdução à álgebra: múltiplos olhares e perspectivas teóricas. 1. Ed. Recife-PE: EDUFPE, 2017.

LIMA, I. M. S. **De la modélisation de connaissances des** élèves **aux décisions didactiques des professeurs**: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale. Thèse (Doutorado em Mathématiques et Informatique). Grenoble-FR: Université Joseph Fourier, 2006.

LOPES, J. A.; ARAÚJO, E. A. **O Laboratório de Ensino de Matemática**: implicações na Formação de Professores. ZETETIKE, Campinas, v. 15, n. 27, p. 57- 70, jan./jun. 2007.

MARGOLINAS, C. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In SIMMT, E.; DAVIS, B. 2004 **Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group** / Groupe canadien d'´etudes em didactique des mathématiques 2004, 2004, Québec, Canadá. CMESG/GCEDM: Edmonton, pp.3-21, 2005.

_____. Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In: DORIER, J. L. et al. (Eds.). **Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, 2002. p. 141-156.

_____. La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In : MARGOLINAS, C. (ed.). **Les débats de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage éditions, 1995. p. 89-102.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Os diferentes tipos de abordagem de um laboratório em matemática e suas contribuições para a formação de professores. **Revemat**. Florianópolis (SC), v.10, n. 1, p. 114-131, 2015. http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n1p114. Acesso em abril de 2018.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. 174 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

VALENTE, W. R. Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil. **Revista Iberoamerica de Educación Matemática**, n.1, p. 89-94, 2005.

MEMÓRIA DE EVENTOS REALIZADOS – GEPEM/CCLM/IFS

3° Seminário de Pesquisa em Educação Matemática no dia 28 de novembro de 2010 do IFS, sob a coordenação geral do Prof. MSc. Laerte Fonseca.

2° Seminário de Pesquisa em Educação Matemática no dia 18 de junho de 2010 do IFS, sob a coordenação geral do Prof. MSc. Laerte Fonseca.

1ª Mostra de Educação Matemático – 02 de julho de 2009 o IFS (antigo CEFETSE), sob a coordenação geral do Prof. MSc. Laerte Fonseca.

1° Seminário de Pesquisa em Educação Matemática no dia 15 de julho de 2008 no CEFET-SE, sob a coordenação geral do Prof. MSc. Laerte Fonseca.

2ª Comemoração do dia Nacional da Matemática – 06 de maio de 2008 no CEFET-SE, sob a coordenação geral do Prof. MSc. Laerte Fonseca.

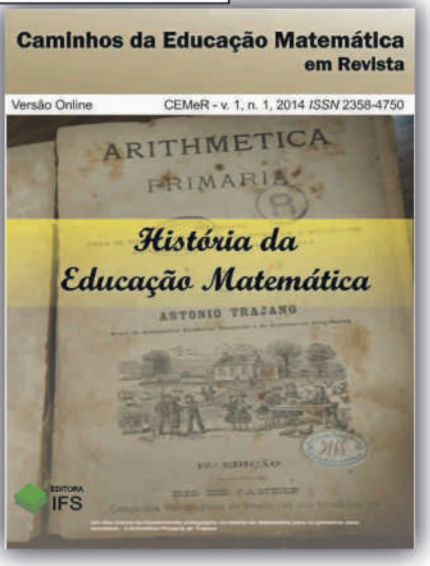
1ª Comemoração do Dia Nacional da Matemática – 06 de maio de 2007 no CEFET-SE, sob a coordenação geral do Prof. MSc. Laerte Fonseca

MEMÓRIA DAS EDIÇÕES ANTERIORES DE
"Caminhos da Educação Matemática em Revista/IMPRESSA"
GEPEM/CCLM/IFS

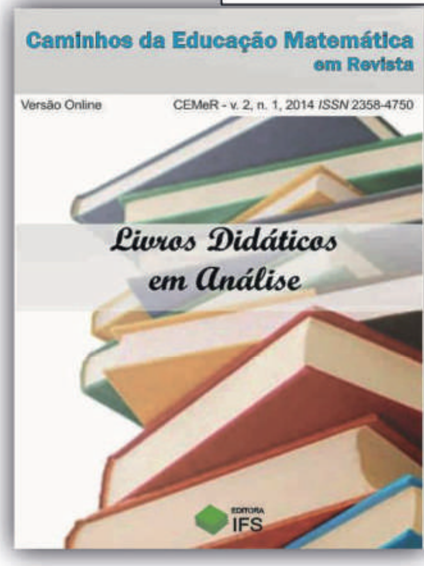
MEMÓRIA DAS EDIÇÕES ANTERIORES DE
"Caminhos da Educação Matemática em Revista/IMPRESSA"
GEPEM/CCLM/IFS

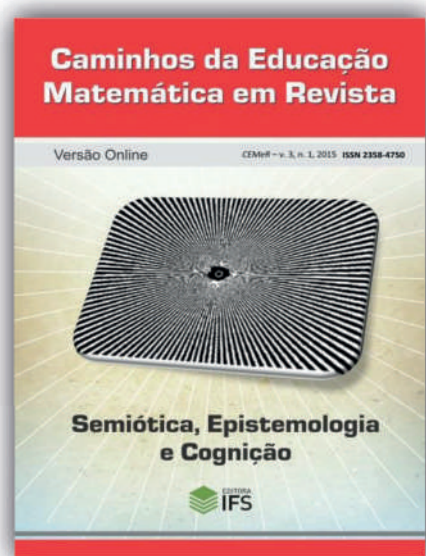
MEMÓRIA DAS EDIÇÕES ANTERIORES DE "Caminhos da Educação Matemática em Revista/ONLINE" GEPEM/CCLM/IFS

Ano I, v. 1, n. 1 (2014)



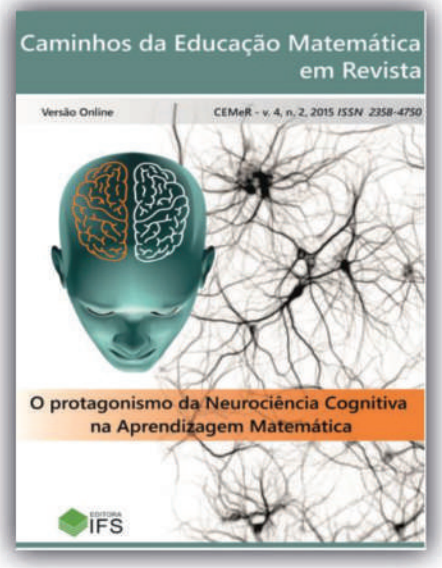
Ano I, v. 2, n. 1 (2014)





Ano II, v. 3, n. 1 (2015)

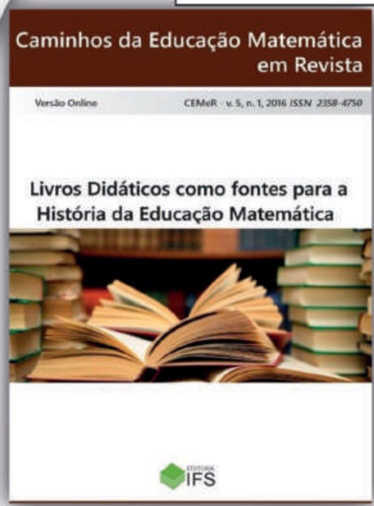
Ano II, v. 4, n. 1 (2015)



MEMÓRIA DAS EDIÇÕES ANTERIORES DE
"Caminhos da Educação Matemática em Revista/ONLINE"
GEPEM/CCLM/IFS

Ano III, v. 5, n. 1 (2016)

Ano III, v. 6, n. 1 (2016)



Ano IV, v. 7, n. 1 (2017)

Ano IV, v. 8, n. 1 (2017)

MEMÓRIA DAS EDIÇÕES ANTERIORES DE
"Caminhos da Educação Matemática em Revista/ONLINE"
GEPEM/CCLM/IFS

Ano V, v. 9, n. 1 (2018)

Ano V, v. 10, n. 1 (2018)

NORMAS PARA PUBLICAÇÃO

Os interessados em publicar artigos deverão enviar o material para o e-mail **gepem.revista@hotmail.com.** A data limite para o envio anual dos trabalhos será até o dia 31 de março de cada ano. Os temas devem se enquadra nas seguintes temáticas: Formação de professores de Matemática; Pesquisas em Educação Matemática; Ensino de Matemática na Educação Básica. O texto deverá conter um resumo em português com até 10 linhas e três palavras chaves. O nome do(a) autor(a) deverá ser acompanhado de dados sobre a instituição onde trabalha, titulação acadêmica, endereço eletrônico. Os textos para publicação deverão ser em formato Word, ter de 05 a 10 laudas, formato A4 (margens superior e esquerda 3 cm, direita e inferior 3cm), incluindo notas, colocadas no rodapé, espaço entre linhas 1,5 fonte 12, tipo arial. As citações deverão segui o padrão mais atualizado da ABNT. Todos os trabalhos serão apreciados pelo Conselho Editorial da Revista e submetidos a pareceristas ad hoc. O autor será informado por e-mail sobre a aprovação ou não de seus artigos. As referências deverão ser relacionadas no final do trabalho, conforme padronização NRB 6023. A revisão ortográfica e gramatical é de responsabilidade do autor. Os artigos que não atenderem de pronto aos critérios estabelecidos, não serão submetidos à avaliação.

Prof. Dr. Laerte Fonseca

GEPEM/CCLM/IFS

Editor e Coordenador Geral da Revista

INSTITUTO FEDERAL
Sergipe

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe

Reitoria - Av. Jorge Amado, 1551 - Loteamento Garcia - Bairro Jardins

CEP: 49025-330 - Aracaju/SE - CNPJ: 10.728.444/0001-00

TEL: 55 (79) 3711-1400

IFS

Grupo de Estudos Pesquisas em
Educação Matemática